



# Appendix A

Examples 5.6 and 5.7 from the Opportunity Cost Manual (SENER, 2017)

<b>Ejemplo 5.6</b>	
<b>Equipos de Almacenamiento de Energía</b>	
Se ilustra el concepto de Costo de Oportunidad para el caso de Equipos de Almacenamiento de Energía. Para ese fin, se presenta la formulación matemática de un problema simple de despacho de Unidades de Central Eléctrica y Equipos de Almacenamiento de Energía, en el que se aplica el criterio de maximizar el Excedente Económico Total. Para reducir la complejidad, no se consideran los Servicios Conexos de reserva de regulación, reserva rodante y reserva no rodante. En cada periodo de tiempo, el Equipo de Almacenamiento de Energía solo puede operar en uno de tres "modos" posibles: en el modo "carga", el equipo toma energía eléctrica de la Red Nacional de Transmisión y la transforma en energía almacenada; en el modo "genera", el equipo descarga la energía almacenada y la transforma en energía eléctrica que inyecta a la Red Nacional de Transmisión; en el modo "paro", el equipo no toma energía de la red, ni genera energía eléctrica.	
La nomenclatura que se utiliza es la siguiente:	
<u>Subíndices:</u>	
$t$	Periodos de tiempo en los que se subdivide el horizonte de planeación.
$m$	Día.
$u$	Unidades de Central Eléctrica cuya generación no presenta limitaciones en el consumo de su energético primario.
$a$	Equipo de Almacenamiento de Energía.
$c$	Centros de Carga.
<u>Variables</u>	
$g_{ut}$	Generación (MW) de la Unidad de Central Eléctrica "u" en el periodo $t$ .
$q_{at}$	Generación (MW) del Equipo de Almacenamiento de Energía "a", en el periodo $t$ .
$w_{at}$	Carga (MW) del Equipo de Almacenamiento de Energía "a", en el periodo $t$ .
$d_{ct}$	Demanda (MW) suministrada al Centro de Carga "c", en el periodo $t$ .
$\alpha_{at}$	Variable entera (0,1). Toma el valor de 1 cuando el Equipo de Almacenamiento de Energía "a" está en modo "paro", en el periodo $t$ .
$\beta_{at}$	Variable entera (0,1). Toma el valor de 1 cuando el Equipo de Almacenamiento de Energía "a" opera en modo "genera", en el periodo $t$ .
$\delta_{at}$	Variable entera (0,1). Toma el valor de 1 cuando el Equipo de Almacenamiento de Energía "a" opera en modo "carga", en el periodo $t$ .
$x_{at}$	Energía (MWh) almacenada, en el Equipo de Almacenamiento de Energía "a", en el periodo $t$ .
$E_{am}$	Energía eléctrica (MWh) generada por el Equipo de Almacenamiento de Energía "a", en el día "m".
$\gamma_{am}$	Precio Sombra de la energía eléctrica generada por el Equipo de Almacenamiento de Energía "a", en el día "m".
<u>Constantes:</u>	
$NT$	Número de periodos de tiempo en los que se subdivide el horizonte de Planeación Operativa.
$NU$	Número de Unidades de Central Eléctrica cuya generación no presenta limitaciones en el consumo de su energético primario.
$NM$	Número de días que comprende el problema de despacho.
$NA$	Número de Equipos de Almacenamiento de Energía.
$NC$	Número de Centros de Carga.
$C_u$	Costo de producción (\$/MWh) de la Unidad de Central Eléctrica "u".
$C_a^A$	Costo variable de operación y mantenimiento, del Equipo de Almacenamiento de Energía "a".



$P_c$	Precio (\$/MWh) que el Centro de Carga "c" está dispuesto a pagar por la energía.
$\tau_t$	Duración (en horas) del periodo de tiempo $t$ .
$G_u$	Generación máxima (MW) de la Unidad de Central Eléctrica "u".
$Q_a$	Capacidad (MW) máxima generación, del Equipo de Almacenamiento de Energía "a".
$D_{ct}$	Demanda máxima (MWh) requerida por el Centro de Carga "c" en el tiempo $t$ .
$W_a$	Capacidad de carga máxima (MW) del Equipo de Almacenamiento de Energía "a".
$X_a$	Capacidad máxima de almacenamiento de energía (MWh), del Equipo de Almacenamiento de Energía "a".
$\rho_a^c$	Factor de transformación de energía de carga a energía almacenada. Es un número no negativo, menor o igual que 1.
$\rho_a^g$	Factor de transformación de energía almacenada a generación de energía eléctrica. Es un número no negativo, menor o igual que 1.
$F_a^0$	Energía almacenada al inicio del primer periodo, en el Equipo de Almacenamiento de Energía "a".
$F_a^{NT}$	Energía almacenada deseada por el participante al final del horizonte de despacho, en el Equipo de Almacenamiento de Energía "a".

Descripción del problema:

El problema consiste en determinar, para cada periodo de tiempo  $t$ : la generación  $g_{ut}$  de las Unidades de Central Eléctrica que no presentan limitaciones energéticas, la generación  $q_{at}$  y la carga  $d_{ct}$  de los Equipos de Almacenamiento de Energía, y la demanda  $d_{ct}$  que se suministra a los Centros de Carga, de tal forma que se maximice el Excedente Económico Total, satisfaciendo las cotas simples, en condición de equilibrio entre la demanda y la generación de energía eléctrica, y respetando las restricción de balance energético en cada Equipo de Almacenamiento de Energía.

La función objetivo es representada por la expresión (5.24):

$$\text{Maximizar } \sum_{t=1}^{NT} \left( \sum_{c=1}^{NC} P_c \tau_t d_{ct} - \sum_{a=1}^{NA} C_a^A \tau_t q_{at} - \sum_{u=1}^{NU} C_u \tau_t g_{ut} \right) \quad (5.24)$$

La expresión (5.25), establece el equilibrio de la generación y la demanda, en cada periodo de tiempo.

$$\sum_{a=1}^{NA} w_{at} + \sum_{c=1}^{NC} d_{ct} - \sum_{u=1}^{NU} g_{ut} - \sum_{a=1}^{NA} q_{at} = 0 \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.25)$$

Las expresiones (5.26) a la (5.30) definen las cotas de las variables del ejemplo.

$$0 \leq g_{ut} \leq G_u \quad \forall u = 1, 2, \dots, NU; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.26)$$

$$0 \leq q_{at} \leq Q_a \beta_{at} \quad \forall a = 1, 2, \dots, NA; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.27)$$

$$0 \leq w_{at} \leq W_a \delta_{at} \quad \forall a = 1, 2, \dots, NA; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.28)$$



$$0 \leq x_{at} \leq X_a \quad \forall a = 1, 2, \dots, NA; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.29)$$

$$0 \leq d_{ct} \leq D_{ct} \quad \forall c = 1, 2, \dots, NC; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.30)$$

La expresión (5.31) representa la ecuación de balance energético, para cada Equipo de Almacenamiento de Energía:

$$x_{at} = x_{at-1} + \tau_t \rho_a^c W_{at} - q_{at} \tau_t / \rho_a^g \quad \forall a = 1, 2, \dots, NA; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.31)$$

La expresión (5.32) condiciona la generación del Equipo de Almacenamiento de Energía, en cada periodo, en función de la energía almacenada en el periodo anterior:

$$q_{at} \tau_t / \rho_a^g \leq x_{at-1} \quad \forall a = 1, 2, \dots, NA; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.32)$$

La expresión (5.33) condiciona que todo Equipo de Almacenamiento de Energía sólo pueda operar en uno de los tres modos posibles:

$$\beta_{at} + \delta_{at} + \alpha_{at} = 1 \quad \forall a = 1, 2, \dots, NA; \quad \forall t = 1, 2, \dots, NT \quad (5.33)$$

La expresión (5.34) contabiliza la energía  $E_{am}$  que el Equipo de Almacenamiento de Energía aportará a la red en cada día, "m", considerado en el horizonte de despacho:

$$\sum_{t=1+(m-1)NP}^{mNP} \tau_t q_{at} = E_{am} \quad \forall m = 1, 2, \dots, NM \quad (5.34)$$

La expresión (5.35) define la condición de frontera para la energía almacenada:

$$x_{aNT} = F_a^{NT} \quad (5.35)$$

#### El Lagrangiano del problema matemático:

Aplicando la técnica de relajación Lagrangiana a la ecuación (5.34), el Lagrangiano resultante se muestra en la expresión (5.36):

$$L = \text{Max} \sum_{t=1}^{NT} \left( \sum_{c=1}^{NC} P_c \tau_c d_{ct} - \sum_{a=1}^{NA} C_a^A \tau_t q_{at} - \sum_{u=1}^{NU} C_u \tau_t g_{ut} \right) + \sum_{m=1}^{NM} \left( \sum_{a=1}^{NA} Y_{am} \left( E_{am} - \sum_{t=1+(m-1)NP}^{mNP} \tau_t q_{at} \right) \right) \quad (5.36)$$

Donde  $\{Y_{am}; m = 1, 2, \dots, NM\}$  representan los Precios Sombra relacionados con la expresión (5.33). En la solución óptima de este problema, los Precios Sombra alcanzan un valor numérico tal que se satisface la ecuación (5.34).

Simplificando términos para agrupar las variables que representan la generación, resulta la expresión (5.37).

$$L = \text{Max} \sum_{t=1}^{NT} \tau_t \left( \sum_{c=1}^{NC} P_c d_{ct} - \sum_{u=1}^{NU} C_u^T g_{ut} \right) - \sum_{m=1}^{NM} \tau_t \left( \sum_{a=1}^{NA} \left( \sum_{t=1+(m-1)NP}^{mNP} (C_a + Y_{am}) q_{at} \right) \right) + \sum_{m=1}^{NM} \left( \sum_{a=1}^{NA} Y_{am} E_{am} \right) \quad (5.37)$$

#### Costos de Oportunidad:

En la expresión (5.37) el coeficiente  $(C_a + Y_{am})$  corresponde al Costo de Oportunidad de la generación del Equipo de Almacenamiento de Energía "a", expresado en \$/MWh, en los periodos de tiempo "t" comprendidos en el día "m".



### Ejemplo 5.7

#### Costos de Oportunidad para Equipos de Almacenamiento de Energía

Como complemento al ejemplo anterior, se presenta a continuación un caso en el que se determina el valor numérico del Costo de Oportunidad para un Equipo de Almacenamiento de Energía, cuyos parámetros se muestran en la tabla siguiente:

Parámetros del Equipo de Almacenamiento de Energía		
$W$	Limite máximo de carga (MW)	100.00
$Q$	Limite máximo de generación (MW)	100.00
$X$	Limite máximo de energía almacenada (MWh)	1,200.00
$C^A$	Costo variable de operación y mantenimiento (\$/MW)	50.00
$\rho^c$	Factor de transformación de energía de carga a energía almacenada (pu)	1.00
$\rho^g$	Factor de transformación de energía almacenada a generación de energía eléctrica (pu)	1.00

Se toma como supuesto que el Equipo de Almacenamiento de Energía está en modo "paro" en el inicio del horizonte de despacho y que posee una energía almacenada de 800 MWh, suficiente para operar en modo "genera" por dos periodos de cuatro horas, a plena capacidad. El Participante del Mercado que representa el Equipo de Almacenamiento de Energía establece que desea contar con 800 MWh de almacenamiento al final del horizonte de despacho.

Este ejemplo se plantea para un horizonte de despacho de dos días de duración, que se subdivide en 12 periodos de 4 horas. Se consideran dos Unidades de Central Eléctrica cuyos parámetros se definen en la tabla siguiente:

Parámetros de la Oferta de Venta de Energía		
$C_{1t}$	Costo variable de la unidad 1 (\$/MWh)	700
$C_{2t}$	Costo variable de la unidad 2 (\$/MWh)	1,200
$G_{1t}$	Generación máxima de la unidad 1 (MW)	500
$G_{2t}$	Generación máxima de la unidad 2 (MW)	250

The second part of the example 5.7 can be found on the following page.



Se considera también un centro de carga, cuyas ofertas de compra se muestran en la siguiente tabla:

Parámetros de la Oferta de Compra de Energía		Periodo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$D_t$	Demanda Máxima dispuesta a ser contratada (MW)	300	400	450	550	700	550	340	420	550	800	700	300
$P_t$	Precio máximo dispuesto a pagar por la energía (\$/MWh)	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000	3,000

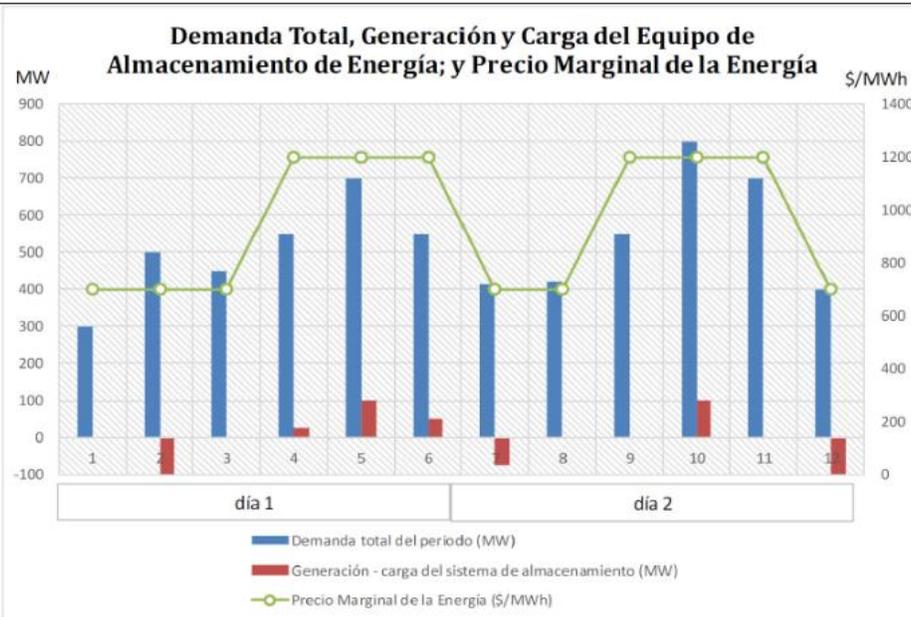
El problema planteado se resuelve mediante un procedimiento de programación entera mixta. La solución del problema arroja un Excedente Económico Total de 54.547 millones de pesos, con una garantía de que la solución óptima no excede en más de 0.2% la solución obtenida.

Para determinar los Precios Sombra que se requieren en el cálculo de los Costos de Oportunidad, se fijan los valores obtenidos para las variables enteras, y se resuelve el problema de despacho considerando el resto de las variables. El problema resultante corresponde a programación lineal y el valor de las variables en la solución se muestra en la tabla siguiente:

Variables Independientes		Periodo													
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$\beta_t$	Modo "Generación"	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	
$\alpha_t$	Modo "Paro"	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	1.00	
$\delta_t$	Modo "Carga"	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	
$q_t$	Generación del Equipo de Almacenamiento de Energía (MW)	0.00	0	0	0	25	100	50	0	0	0	100	0	0	
$w_t$	Carga (MW)	0.00	0	100	0	0	0	0	75	0	0	0	0	100	
$x_t$	Energía Almacenada (MWh)	800.00	800	1,200	1,200	1,100	700	500	800	800	800	400	400	800	
$g_{1t}$	Generación de la unidad 1 (MW)	0.00	300	500	450	500	500	500	415	420	500	500	500	400	
$g_{2t}$	Generación de la unidad 2 (MW)	0.00	0	0	0	25	100	0	0	0	50	200	200	0	
$d_t$	Demanda (MW)	0.00	300	400	450	550	700	550	340	420	550	800	700	300	
$E_m$	Energía por día generada por el Equipo de almacenamiento de Energía (MWh)		700.00						400.00						

Los Precios Sombra correspondientes a la restricción (5.34) del ejemplo anterior son 450 \$/MWh para el día 1, y para el día 2 es 0 \$/MWh, por lo que los Costos de Oportunidad serán para los periodos del día 1:  $(C_a + \gamma_{am}) = (50 + 450) \$/MWh$  y para los periodos del día 2:  $(C_a + \gamma_{am}) = (50 + 0) \$/MWh$ .

La siguiente gráfica muestra los perfiles de la demanda total del Centro de Carga, la generación neta (generación menos carga) del Equipo de Almacenamiento de Energía y el Precio Marginal Local de la energía, por periodo, donde este último corresponde a los Precios Sombra de la restricción (5.25) del ejemplo anterior.



Cabe hacer notar que, dado el perfil obtenido del Precio Marginal Local de la energía, la solución obtenida también optimiza el ingreso por venta de energía del Equipo de Almacenamiento de Energía, debido a que toma energía para almacenarla cuando los Precios Marginales Locales de la energía son menores, y el equipo inyecta energía a la red cuando los Precios Marginales Locales de la energía son mayores.