Q_p : Idem de la estación piloto en base a su período total de datos, en m^3/s

$Q_{(ps)}$: Idem de la estación piloto pero en base al período de datos de la satélite en m^3/s

Q : gasto máximo para una cuenca cualquiera asociado a un período de retorno, en m^3/s

A : área de la cuenca en km^2

K_C : coeficiente de Creager

K_L : coeficiente de Lowry

SIÓN ... DEL AGUA
ón ... Administración del Agua
guas Superficiales e Ingeniería de Ríos

COMISIÓN NACIONAL DEL AGUA
SUBDIRECCIÓN GENERAL DE ADMINISTRACIÓN DEL AGUA
GERENCIA DE AGUAS SUPERFICIALES E INGENIERÍA DE RÍOS

INSTRUCTIVO DE HIDROLOGÍA PARA DETERMINAR LA AVENIDA MÁXIMA ORDINARIA ASOCIADA A LA DELIMITACION DE LA ZONA FEDERAL

Este Instructivo fue elaborado en la entonces Subdirección de Seguridad de Presas de la extinta Dirección General de Administración y Control de Sistemas Hidrológicos por el Ing. Pedro Diáz Herrera, en 1987. Se agradecerán comentarios que contribuyan a su mejora y enriquecimiento.

CONTENIDO GENERAL

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

A. Antecedentes

La legislación actual en materia de aguas en su Capítulo Primero, Artículo 4o. señala que para efecto de esta ley, los siguientes términos tendrán la connotación que se indica en las fracciones IV, VIII y IX relacionados con la finalidad de este documento:

IV. "Cauce de una corriente"; el canal natural o artificial que tiene la capacidad necesaria para que escurran las aguas de las mayores corrientes ordinarias. Cuando las corrientes estén sujetas a desbordamiento, mientras no se construyan obras de encauzamiento, el cauce estará constituido por el canal natural;

VIII. "Riberas o zonas federales"; las fajas de diez metros de anchura contiguas al cauce de las corrientes o al vaso de los depósitos de propiedad nacional. La amplitud de la riberas o zonas federales se reducirá a cinco metros, en los cauces cuya anchura sea de cinco metros o menor;

IX. "Zona de protección"; la faja de terreno inmediata a las presas, estructuras hidráulicas e instalaciones conexas, en la extensión que en cada caso fije la Secretaría, para su protección y adecuada operación, conservación y vigilancia.

El Capítulo Segundo, Artículo 6o. trata del dominio de propiedad de la nación sobre bienes tales como playas, terrenos ribereños, cauces, zonas federales, presas, lagos, lagunas, esteros, obras hidráulicas, etc. Para una mejor comprensión de la problemática, motivos y propósitos de este documento, se transcriben las Fracciones III, IV, VI y VII relacionadas con el objetivo de este trabajo, siendo propiedad de la Nación:

III. Los cauces de las corrientes de propiedad nacional;

IV. Las zonas federales contiguas a los cauces de las corrientes, a los vasos o depósitos de propiedad nacional, constituidas por una faja de diez metros de ancho a cinco metros, cuando la anchura de los cauces sea de cinco metros o menor;

VI. Los terrenos de los cauces y los de los vasos o lagos, lagunas o esteros de propiedad nacional, descubiertos por causas naturales o por obras artificiales;

VII. Las islas que existen o que se forman en el mar territorial, en los vasos, lagunas, lagos, esteros, presas y depósitos o en los cauces de corrientes de propiedad nacional, excepto las que se forman cuando una corriente segregue terreno de propiedad particular, ejidal o comunal.

También los artículos 11, 12, 14 y 15 son importantes para la problemática que nos ocupa y se transcriben a continuación:

Artículo 11. Cuando por causas naturales ocurre un cambio definitivo en el curso de una corriente propiedad de la Nación, ésta adquiere por ese solo hecho la propiedad del nuevo cauce y de su zona federal y de no destinarse a satisfacer necesidades agrarias, los propietarios ribereños del cauce abandonado, podrán adquirir hasta la mitad de dicho cauce, la parte que quede a su frente o a la totalidad, si del lado contrario, no hay ribereño interesado.

Artículo 12. Si por causas naturales un lago, laguna o estero de propiedad nacional, cambia definitivamente de nivel invadiendo tierras, éstas, la zona federal y la zona marítima terrestre correspondientes pasarán al dominio público de la Federación. Si con el cambio se descubren tierras, pasarán previo decreto de desincorporación, del dominio público al privado de la Federación.

Artículo 14. Los terrenos ganados por medios artificiales al encauzar una corriente, al limitar o desecar parcial o totalmente un vaso de propiedad nacional, mediante decreto de desincorporación pasarán del dominio público al privado de la Federación. Las obras de encauzamiento o limitación se considerán como parte integrante de los cauces y vasos

correspondientes y por tanto, sujetos al dominio público de la Federación.

Artículo 15. Por causas de interés, el Ejecutivo, a través de la Secretaría, mediante declaratoria, podrá reducir o suprimir la zona federal a corrientes, lagos y lagunas de propiedad nacional, sólo en las porciones comprendidas dentro del perímetro de las poblaciones.

Los terrenos que formaban las zonas federales, pasarán al dominio privado de la Federación.

Los antecedentes legales anteriores legislan sobre las condiciones para el establecimiento del cauce y zonas federales en una corriente y al dominio de propiedad de los mismos. La delimitación del cauce está dada por la capacidad del mismo para que escurra la avenida máxima ordinaria y la zona federal por una faja de terreno contigua al cauce. La línea límite de la zona federal separa terrenos del dominio federal de aquéllos del dominio privado, ejidal o comunal. Por otra parte, la Secretaría tiene facultades para autorizar permisos relativos al uso agrícola de la zona federal, provenientes de solicitudes de campesinos y en muchas ocasiones se tienen situaciones conflictivas entre usuarios de la zona federal en materia de aguas y con apoyo en el estudio técnico que determine el gasto máximo ordinario que define la capacidad al cauce y zona federal en un sitio o tramo corriente. De todo lo anterior se infiere la importancia del estudio hidrológico básico que defina el gasto de diseño mencionado.

Este documento trata de los métodos aplicables para tal finalidad, pues sus plantamientos matemáticos e hidrológicos son la base técnica de apoyo a los aspectos legales que el caso amerite.

Según el acuerdo delegatorio de atribuciones, corresponde a las Delegaciones y sus residencias llevar al cabo los estudios para definir el gasto de diseño de la zona federal y hacer su delimitación física con base en el tránsito del mismo por el cauce. Los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología son elementos de juicio para la recomendación final.

CAPÍTULO 2. OBJETIVO

Proporcionar las normas técnicas hidrológicas para determinar la magnitud del gasto máximo ordinario en corrientes superficiales, como apoyo a la Legislación Federal en Materia de Aguas en lo concerniente a la delimitación del cauce y zona federal en un sitio o tramo de la corriente.

CAPÍTULO 3. MARCO JURÍDICO

Leyes

Ley Orgánica de la Administración Pública Federal
Título segundo, capítulo II, artículo 35
D.O. 29 de diciembre 1976

Reformas y adiciones

(14-V-86).
Legislación Federal en Materia de Aguas.- Ley Federal de Aguas.
Título primero, capítulo primero, artículo 4.
Título primero, capítulo segundo, artículos 6, 11, 12, 14 y 15.
D.O. 11 de enero 1972

Reforma y adiciones

(13-I-86)

Reglamentos

Reglamento Interior de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos.
Artículo 16 fracciones V y VI.

Acuerdos

Acuerdo por el que conceden atribuciones a las delegaciones estatales de la República de la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos.
D.O. 22-X-1968

CAPÍTULO 4. NORMAS GENERALES

La metodología y procedimientos recomendados en este trabajo, con fines a la determinación del gasto máximo ordinario para la demarcación de la zona federal de una corriente en un sitio o tramo dado, se orientan según la disponibilidad de información hidrométrica y de precipitación pluvial, para dos casos.

1. Se dispone de información hidrométrica

En este caso ocurren dos condiciones: la primera que la hidrometría sea de la propia corriente en el sitio de estudio o en sus cercanías y la segunda que sea de alguna corriente vecina de características semejantes a la de estudio, que será necesario transladar a dicho sitio.

Para este caso, con sus dos variantes, se toma como base a la muestra de gastos máximos anuales instantáneos, que es deseable no sea inferior a diez años, pues en caso contrario se buscará la forma de ampliar, por medio de correlaciones gráficas o matemáticas con datos hidrométricos de otra corriente vecina semejante, o con datos de precipitación en estaciones pluviométricas localizadas dentro y en la vecindad de su cuenca, en las fechas que ocurrieron los gastos máximos. En la ampliación de la muestra se pueden usar adicionalmente algunos otros datos de gastos relevantes aunque no sean los máximos, con fin de dar apoyo a la correlación. Los procedimientos recomendados para determinar el gasto máximo ordinario se basan en la aplicación de alguna herramienta estadística, y de modelos de distribución probabilística convencional, complementados con gráficas para dar la objetividad conveniente. Los procedimientos y resultados, se fundamentan en el concepto racional que se señala en este documento del gasto o creciente máxima ordinaria.

2. No se dispone de información hidrométrica

En este caso, el procedimiento se fundamenta en un modelo racional de precipitación-escurrimiento en el cual se hace intervenir las principales características físicas y geométricas de la cuenca en estudio, así como la lámina de precipitación de diseño, obtenida a partir de procedimientos estadísticos y probabilísticos.

En ambos casos mencionados, la confiabilidad de los resultados obtenidos estará en razón directa de la calidad y cantidad de información disponible, lo que deberá tenerse presente para normar su alcance.

Definición

Se denomina gasto máximo ordinario, a aquél que por su magnitud, delimita dentro de la muestra de gastos máximos registrados, dos tendencias o comportamientos, una obedece a condiciones de precipitaciones extremas y otra, a precipitaciones imperantes, siendo éstas últimas mucho más frecuentes que las primeras.

Se consideran como extremas aquellas manifestaciones exageradas o muy intensas de precipitación o gasto poco frecuente, e imperante, aquellas manifestaciones dominantes que ocurren más frecuentemente. El gasto máximo ordinario, delimita la frontera de estas tendencias, para continuar con gasto cuyos incrementos son mayores y que conforman la tendencia de los grandes gastos; pero de menor frecuencia.

Debido a la propia naturaleza del problema, el procedimiento no puede ser único y rigorista, por lo que se proponen varios métodos con el propósito de obtener los elementos necesarios de juicio para hacer la evaluación de los resultados y la recomendación final.

Metodología

Caso en que se dispone de información hidrométrica.

Planteamiento estadístico

La estadística es una importante herramienta en los problemas de hidrología, en el tratamiento de las muestras de datos, definiendo frecuencias o períodos de retorno asociados a los eventos que la componen y en general para conocer la distribución de los mismos.

Desde hace tiempo se han usado en los análisis hidrológicos, dos procedimientos estadísticos sencillos que se acompañan de gráficas un tanto objetivas para los fines del análisis.

A. Curva de duración

Para su determinación y trazo, es necesario disponer de la muestra de datos por analizar y hacer una tabulación cronólogica de ellas y luego ordenarla por magnitud en forma decreciente asignando un número de orden "m" a cada evento, de manera que al mayor corresponda el número uno y al menor "n" es decir que se ajusten a una distribución estadística.

La curva de duración, se traza en ejes coordenados con los datos de magnitud de los eventos, contra su número de orden y se dibuja con trazo contínuo.

B. Curva de frecuencia o por ciento de probabilidad de que sea igualado o excedido un evento

Para esto es necesario definir el período de retorno o intervalo de recurrencia, *Tr*, como el número promedio de años dentro del cual un evento dado es igualado o excedido.

A cada miembro de la serie ordenada por magnitudes, se asigna un período de retorno el cual se basa en el número de orden *"m"* y el número *"n"* de años ordenados. Se han propuesto varías formulas, pero la siguiente es la que tiene menos objeciones:

$$Tr = \frac{n+1}{m} \qquad \text{..........(1)}$$

En lugar del período de retorno, puede usarse la frecuencia del evento o la probabilidad de que este sea igualado o excedido. También la probabilidad de que no sea igualado o excedido.

La probabilidad está dada por el recíproco del período de retorno, es decir:

$$P\ (\text{igualado o excedido}) = \frac{1}{Tr} = \frac{m}{n+1} \qquad \text{..........(2)}$$

y en porcentaje: $$P(\%) = \frac{100}{Tr} = \frac{100\ m}{n+1} \qquad \text{..........(3)}$$

La probabilidad de que el evento no sea excedido es:

$$P' = 1 - P = 1 - \frac{1}{Tr} = 1 - \frac{m}{n+1} \qquad \text{..........(4)}$$

y en porcentaje: $$P'(\%) = (1 - \frac{1}{Tr})\ 100 \qquad \text{..........(5)}$$

Debe por lo tanto cumplirse para un evento:

$$P + P' = 1 \qquad \text{..........(6)}$$

$$P(\%) + P'(\%) = 100 \qquad \text{..........(7)}$$

Así por ejemplo, para el evento de orden m = 10 de un serie de 50 años, se tiene:

$$Tr = \frac{50+1}{10} = 5.1 \text{ años}$$

$$P = \frac{1}{5.1} = 0.196 \quad ; \quad P(\%) = 19.6\%$$

$$P' = 1 - 0.196 = 0.804 \quad ; \quad P'(\%) = 80.4\%$$

$$P + P' = 1 \quad ; \quad P(\%) + P'(\%) = 100$$

Si los datos se conforman según otra distribución, como normal; log. normal; variable reducida u otro modelo, se puede aplicar con la debida técnica estadística. Existen muestras que no son representativas porque o no se manifiesta la rama de gastos extraordinarios o se tiene uno o dos datos. En este caso el gasto se define por el método estadístico y también fijando un período de retorno obtenido de muestras representativas, las cuales indican es del orden de cinco años. Se puede aplicar de esta forma un serie de métodos probabilísticos como se muestra adelante.

Ejemplo de aplicación

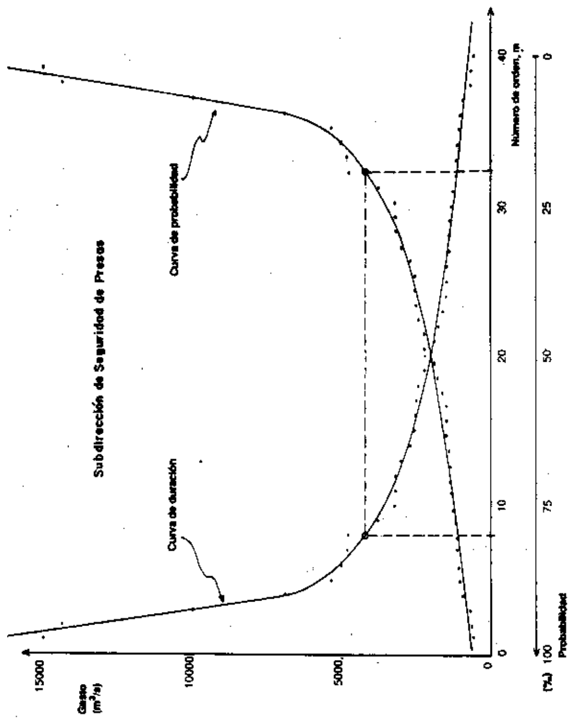
Se hará considerando la muestra de gastos máximos anuales del río Fuerte en la estación Huites, Sin., que consta de 40 eventos. En el *Cuadro No. 1* se presenta la tabulación de datos y cálculos correspondientes.

En la *Figura No. 1* se muestra la curva de duración trazada con los datos de gasto máximos (col.3) y el número de orden (col. 4) y la curva de probabilidad en % de que sea igualado o excedido el evento (col. 3) y (col. 6). Se observa que el evento de orden 8 con período de retorno 5.1 años y probabilidad de 19.5% indica aproximadamente la frontera de la tendencia de gastos imperantes con magnitud de 4200 m^3/s. y el inicio de la tendencia de los extraordinarios.

C. Planteamiento estadístico en base a una distribución normal

Debido al grado de dispersión que algunas muestras de gastos máximos anuales o de precipitación máxima, muestran con respecto a su valor medio aritmético, está indicado para el propósito del estudio presente, discriminar por su gran disparidad o desviación, eventos máximos extremos que la conforman generando de esta manera, una nueva muestra cuya dispersión es menor y que está integrada por aquellos eventos cuyas magnitudes respectivas son más frecuentes y ordinarias, o sea, aquéllos conforman la tendencia de gastos máximos imperantes.

FIGURA No.1
RIO FUERTE
ESTACION HUITES, SIN



Cuadro No. 1

Ordenamiento, período de retorno y probabilidad de que sean o no igualados o excedidos los eventos de gastos máximos instantáneos anuales del río Fuerte en la Estación Huites, Sin.

Años	Gastos por orden cronológico	Gastos por orden de magnitud	No. de orden "m"	Período de retorno $Tr = \frac{n+1}{m}$	Probabilidad de ser igualado o excedido $P = \frac{100}{Tr}$	$P' = (1-P) \cdot 100$
	m^3/s	m^3/s	Número	Años	%	%
1	2	3	4	5	6	7
1942	2531	15000	1	41.00	2.4	97.6
1943	14376	14376	2	20.50	4.9	95.1
1944	2580	10000	3	13.67	7.3	92.7
1945	1499	6900	4	10.25	9.8	90.2
1946	1165	5350	5	8.20	12.2	87.8
1947	1127	5022	6	6.83	14.7	85.3
1948	3215	4828	7	5.86	17.1	82.9
1949	10000	4780	8	5.13	19.5	80.5
1950	3229	3790	9	4.56	21.9	78.1
1951	677	3240	10	4.10	24.4	75.6
1952	1266	3229	11	3.73	26.8	73.2
1953	1025	3215	12	3.42	29.2	70.8
1954	955	3010	13	3.15	31.7	68.3
1955	4780	2702	14	2.93	34.1	65.9
1956	696	2580	15	2.73	36.6	63.4
1957	593	2531	16	2.56	39.1	60.9
1958	3010	2505	17	2.41	41.5	58.5
1959	1908	2420	18	2.28	43.9	56.1
1960	15000	2225	19	2.16	46.3	53.7
1961	1396	2200	20	2.05	48.8	51.2
1962	1620	1908	21	1.95	51.3	48.7
1963	2702	1782	22	1.86	53.8	46.2
1964	1319	1620	23	1.78	56.2	43.8
1965	1782	1508	24	1.71	58.5	41.5
1966	2420	1499	25	1.64	61.0	39.0
1967	2506	1496	26	1.58	63.3	36.7
1968	1411	1411	27	1.52	65.8	34.2
1969	1508	1396	28	1.46	68.5	31.5
1970	1367	1367	29	1.41	70.9	29.1
1971	2200	1319	30	1.37	73.0	27.0
1972	2225	1266	31	1.32	75.8	24.2
1973	5350	1165	32	1.28	78.1	21.9
1974	3790	1135	33	1.24	80.6	19.4

...continuación del Cuadro No. 1

1	2	3	4	5	6	7
1975	1080	1127	34	1.21	82.6	17.4
1976	3240	1080	35	1.17	85.5	14.5
1977	1135	1025	36	1.14	87.7	12.3
1978	5022	955	37	1.11	90.1	9.9
1979	6900	696	38	1.08	92.6	7.4
1980	1496	677	39	1.05	95.2	4.8
1981	4828	593	40	1.03	97.1	2.9
Medio:	3123	m^3/s				
Máximo:	15000	m^3/s				
Mínimo:	593	m^3/s				

El problema así expuesto, plantea la necesidad de determinar por medio de un procedimiento estadístico el intervalo de valores donde los elementos que componen la muestra tengan, un grado aceptable de dispersión y cuyas características de aleatoriedad no se pierdan. Los razonamientos necesarios para obtener dicho intervalo de valores, se tienen con los siguientes planteamientos:

Considerando que la muestra de datos se comporta de acuerdo a una distribución normal, el 68.27% de esta información está comprendida en el intervalo poblacional:

$$\bar{\mu} - Sx \leq \mu \leq \bar{\mu} + Sx \qquad \text{..........(8)}$$

en donde:

$$\bar{\mu} = \bar{X} \pm \frac{\alpha t}{\sqrt{n}} (Sx) \qquad \text{..........(9)}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} [(Xi - \bar{X})^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} [(Xi)^2] - n(\bar{X})^2}{n-1}} \qquad \text{..........(10)}$$

Siendo:

$\bar{\mu}$	=	media poblacional
$\bar{X}$	=	media muestral
αt	=	Coeficiente de confianza definido por la distribución "t" de Student, el cual está en función del número de grados de libertad (n-1) y el nivel de confianza, que en este caso se considera de 99.75%.
Sx	=	desviación típica o estandar de la muestra
n	=	número de eventos que integran la muestra

$$\alpha t \frac{Sx}{\sqrt{n}} = \text{intervalo de confianza} \qquad \text{..........(11)}$$

Sustituyendo en (*8*) la ecuación (*9*) se tiene:

$$\overline{X} \pm \alpha t \frac{Sx}{\sqrt{n}} - Sx \leq \mu \leq \overline{X} \pm \alpha t \frac{Sx}{\sqrt{n}} + Sx \quad \text{.........(12)}$$

En donde los límites superior e inferior del intervalo poblacional son respectivamente:

$$Ls = \overline{X} \pm \alpha t \frac{Sx}{\sqrt{n}} + Sx \quad \text{.........(13)}$$

$$Li = \overline{X} \pm \alpha t \frac{Sx}{\sqrt{n}} - Sx \quad \text{.........(14)}$$

Como la finalidad de este procedimiento es determinar el gasto máximo ordinario, el límite inferior dado por la ecuación (*14*) no se considera, quedando como indicador el límite superior expresado por la ecuación (*13*) el cual permitirá, como anteriormente se mencionó, generar la muestra depurada de gastos máximos ordinarios eliminando aquellos eventos que superan el límite dado por (*13*).

Una vez depurada la muestra, con la nueva *"n"* se rehacen los cálculos de $\overline{X}$, Sx y αt y se aplica la ecuación (*13*) con la finalidad de obtener la magnitud del gasto máximo ordinario.

Para aquellas muestras cuya dispersión es pequeña y en las cuales no se tenga que hacer la discriminación de eventos, el gasto máximo ordinario está dado por la ecuación (*13*), calculada con la muestra original. Las aplicaciones en muestras representativas y de gran amplitud indican que el gasto máximo ordinario está asociado a un período de retorno de 5 años.

Se recomienda aplicar la metodología anterior a muestras de 10 a más años y hacer la depuración de la muestra una sola vez.

Ejemplo de aplicación

Para la aplicación se usará la misma muestra de gastos máximos anuales del río Fuerte en la estación Huites, Sin.

Del *Cuadro No. 1* se obtiene el resumen siguiente de la muestra:

$\overline{X}$	=	3123 m^3/s
X máx	=	15000 m^3/s
X mín	=	593 m^3/s

Cálculo de la desviación típica:

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} [(Xi - \overline{X})^2]}{n-1}} = 3281 \ m^3/s$$

Considerando el ajuste a la media muestral para obtener la media poblacional y considerando el nivel de confianza de t = 0.995 y el número de grados de libertad n-1=40-1=39, se tiene un coeficiente de confianza con la distribución *"t"* de Student αt = 2.705 que se obtiene del *Cuadro No. 2*.

Aplicando la ecuación (*9*)

$$\mu = \overline{X} + \frac{\alpha t}{\sqrt{n}}(Sx) = 3123 + 2.705 \frac{3281}{\sqrt{40}} = 4526 \ m^3/s$$

$$\mu = \overline{X} - \frac{\alpha t}{\sqrt{n}}(Sx) = 3123 - 2.705 \frac{3281}{\sqrt{40}} = 1720 \ m^3/s$$

Aplicando la ecuación (*13*) para calcular los límites superiores se tiene:

Ls_1 = 4526 + 3281 = 7807 m^3/s
Ls_2 = 1720 + 3281 = 5001 m^3/s

Cuadro No. 2

Valores del coeficiente de confianza α t de la distribución "t" Student.

Grados de libertad (V)	Nivel de confianza t = 0.995	Grados de libertad (V)	Nivel de confianza t = 0.995	Grados de libertad (V)	Nivel de confianza t = 0.995
1	63.660	16	2.920	31	2.745
2	9.920	17	2.900	32	2.740
3	5.840	18	2.880	33	2.735
4	4.600	19	2.860	34	2.730
5	4.030	20	2.840	35	2.725
6	3.710	21	2.830	36	2.720
7	3.500	22	2.820	37	2.715
8	3.360	23	2.810	38	2.710
9	3.250	24	2.800	39	2.705
10	3.170	25	2.790	40	2.700
11	3.311	26	2.780	60	2.660
12	3.060	27	2.770	120	2.620
13	3.010	28	2.760		2.580
14	2.980	29	2.755		
15	2.950	30	2.750		

Como en la muestra de gastos máximos existen valores que superan ambos límites, se deberá tomar el mayor de estos o sea (Ls_1) con 7807 m^3/s.

En el caso que Ls_1 sea superior al mayor gasto máximo registrado en la muestra, se deberá tomar Ls_2 y si Ls_2 es superior al mayor gasto máximo ordinario, se considera este valor Ls_2 como gasto máximo ordinario.

Quitando los gastos superiores al Ls_{13} o sea los tres primeros con 15000, 14376 y 10000 m^3/s se tienen los nuevos datos:

$\overline{X}$ = 2312 m^3/s
S_x = 1495 m^3/s

Efectuando, una vez más, el ajuste a la media muestral de la misma manera que antes, se tiene:

n - 1 = 37 - 1 = 36 eventos
αt = 2.720 coeficiente de confianza

$$\overline{\mu} = 2312 + 2.720 \frac{1495}{\sqrt{37}} = 2981 \; m^3/s$$

Por lo tanto el límite superior o gasto máximo ordinario es:

$$Ls_1 = Q = 2981 + 1495 = 4476 \; m^3/s$$

Al cual corresponde un período de retorno del orden de 5 años.

Nótese que en esta última aplicación de la ecuación (*13*) se ignora el signo negativo del intervalo de confianza definido por la ecuación (*11*).

D. Planteamiento probabilístico

Algunos autores han elaborado modelos probabilísticos aplicables a muestras de datos hidrológicos como los gastos máximos anuales, asociando una probabilidad de ocurrencia.

En algunos de estos modelos, en particular trátandose de períodos de retorno pequeños como es el caso, es necesario hacer alguna consideración en relación al intervalo de confianza con el fin de que la curva de probabilidad se apegue más a la rama de gastos imperantes.

Para períodos de retorno grandes, debe considerarse el intervalo de confianza en la forma convencional, es decir positivo.

La base del procedimiento, es la propia muestra de datos y ciertos parámetros estadísticos característicos de la misma, asociados a un factor de probabilidad o frecuencia. Estos métodos tienen también aplicación para determinar magnitudes de eventos con baja probabillidad de ocurrencia, o sea de grandes períodos de retorno para el diseño de diversas obras hidráulicas. Para regímenes de precipitación o gastos máximos que ocurran todos los años, se considera razonable asociar un valor medio de probabilidad del orden de 0.20 o sea un período de retorno de 5 años al gasto de precipitación máxima ordinaria para que sea igualado o excedido su valor. Para regímenes muy erráticos es necesario algunas veces, hacer consideraciones especiales para fijar el período de retorno, que puede superar a los 5 años.

A continuación se consideran algunos de los métodos más usuales.

Método de Alder Foster

El autor considera el siguiente modelo general:

$$Xp = \overline{X}\,(1 + K.\ Cv) \qquad \text{..........(15)}$$

o también:

$$Xp = \overline{X}\,(1 + \frac{KSx}{\overline{X}}) = \overline{X} + KSx \qquad \text{..........(16)}$$

Observándose que las dos fórmulas anteriores son equivalentes.

Donde:

Xp = gasto máximo (o precipitación) correspondiente a una probabilidad o período de retorno determinado.

$\overline{X}$ = media muestral

Cv = coeficiente de variación

$$Cv = \frac{Sx}{\overline{X}} \qquad \text{..........(17)}$$

Sx = desviación típica o estandar de la muestra (*Ec. 10*)

K = factor que depende de las características de la muestra y de la distribución de probabilidad empleada.

Alder Foster hizo una adecuación de las distribuciones teóricas de probabilidad I y III de Pearson para aplicarse en Hidrología, elaborando tablas de valores de K en función del período de retorno y del coeficiente de asimetría ajustado (*Cuadro No. 3*), determinado a partir de los datos de la muestra por la expresión siguiente:

$$Cs = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} [(Xi - \overline{X})^3]}{(n-1)\ Sx^3} \qquad \text{..........(18)}$$

y el ajustado:

$$Csa = F \cdot Cs \qquad \text{..........(19)}$$

El factor de ajuste F depende del tipo de distribución de probabilidad empleada y del tamaño de la muestra y se determina por las expresiones (*20*) y (*21*) siguientes:

$$F_I = 1 + \frac{6.0}{n}\ \text{(distribución tipo I)} \qquad \text{..........(20)}$$

$$F_{III} = 1 + \frac{8.5}{n}\ \text{(distribución tipo III)} \qquad \text{..........(21)}$$

El autor recomienda el uso de la curva tipo I cuando: Csa < 2 Cv y la curva tipo III para cuando Csa ≥ 2 Cv.

Cuadro No. 3
Valores de K del modelo probabilístico de Alder Foster para diferentes Tr

Coef. de asim. ajustado (CSa)	Curva de probabilidad Tipo I				Curva de probabilidad Tipo III			
	2	5	10	20	2	5	10	20 Tr
0	0	0.92	1.34	1.64	0	0.842	1.28	1.64
0.1	-0.03	0.91	1.36	1.68	-0.02	0.836	1.28	1.67
0.2	-0.05	0.89	1.38	1.72	-0.03	0.830	1.29	1.69
0.3	-0.07	0.88	1.39	1.76	-0.05	0.824	1.29	1.72
0.4	-0.09	0.87	1.40	1.79	-0.07	0.816	1.30	1.74
0.5	-0.11	0.86	1.41	1.82	-0.08	0.81	1.30	1.77
0.6	-0.13	0.85	1.42	1.85	-0.10	0.80	1.31	1.79
0.7	-0.15	0.84	1.42	1.88	-0.12	0.79	1.32	1.81
0.8	-0.17	0.83	1.43	1.90	-0.13	0.78	1.33	1.83
0.9	-0.19	0.82	1.43	1.93	-0.15	0.77	1.33	1.85
1.0	-0.21	0.80	1.43	1.95	-0.16	0.76	1.34	1.87
1.1	-0.23	0.79	1.43	1.97	-0.18	0.75	1.34	1.89
1.2	-0.25	0.77	1.43	1.99	-0.20	0.74	1.34	1.90
1.3	-0.27	0.75	1.43	2.01	-0.21	0.73	1.34	1.92
1.4	-0.29	0.73	1.43	2.03	-0.23	0.71	1.34	1.93
1.5	-0.30	0.71	1.43	2.05	-0.24	0.70	1.33	1.95
1.6	-0.32	0.69	1.43	2.07	-0.25	0.68	1.33	1.96
1.7	-0.33	0.67	1.42	2.09	-0.27	0.66	1.32	1.97
1.8	-0.35	0.64	1.42	2.10	-0.28	0,64	1.32	1.98
1.9	-0.36	0.61	1.41	2.12	-0.29	0.63	1.31	1.99
2.0	-0.37	0.58	1.40	2.13	-0.31	0.61	1.31	2.00
2.1					-0.32	0.60	1.30	2.00
2.2					-0.33	0.58	1.30	2.01
2.3					-0.34	0.56	1.28	2.01
2.4					-0.35	0.54	1.26	2.01
2.5					-0.36	0.53	1.24	2.01
2.6					-0.37	0.51	1.23	2.01
2.7					-0.38	0.49	1.22	2.02
2.8					-0.38	0.47	1.21	2.02
2.9					-0.39	0.45	1.20	2.02
3.0					-0.40	0.42	1.19	2.02
3.1					-0.41	0.40	1.18	2.02
3.2					-0.42	0.38	1.17	2.02
3.3					-0.42	0.355	1.16	2.02
3.4					-0.43	0.33	1.14	2.02
3.5					-0.44	0.305	1.13	2.02
3.6					-0.45	0.28	1.12	2.02
3.7					-0.455	0.255	1.105	2.015
3.8					-0.46	0.23	1.09	2.01
3.9					-0.465	0.205	1.08	2.01
4.0					-0.47	0.18	1.07	2.01
4.1					-0.47	0.16	1.06	2.01
4.2					-0.48	0.14	1.05	2.01
4.3					-0.48	0.125	1.04	2.005
4.4					-0.48	0.11	1.03	2.00
4.5					-0.48	0.095	1.02	1.995
4.6					-0.48	0.08	1.01	1.99
4.7					-0.48	0.065	1.00	1.99
4.8					-0.48	0.05	0.99	1.99
4.9					-0.475	0.045	0.99	1.985
5.0					-0.47	0.04	0.98	1.98

Aplicación

Se utiliza la misma muestra de gastos máximos anuales del río Fuerte en Huites, Sin. La ecuación básica es la (*16*)

$$X_5 = \overline{X} + K\,Sx$$

Datos:

$\overline{X} = 3123\ m^3/s$

$Sx = 3281\ m^3/s$

$$Cv = \frac{3281}{3123} = 1.05 \quad ; \quad 2Cv = 2.10$$

$$Cs = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} [(Xi - \overline{X})^3]}{(n-1)\,Sx^3} = \frac{3.36 \times 10^{12}}{(39)\,(3281)^3} = 2.44$$

Factor F:

$$F_I = 1 + \frac{6}{n} = 1 + \frac{6}{40} = 1.15$$

$$F_{III} = 1 + \frac{8.5}{n} = 1 + \frac{8.5}{40} = 1.21$$

Coeficiente de asimetría ajustado:

$$Csa\ (I) = F_I \cdot Cs = 1.15 \times 2.44 = 2.81$$

$$Csa\ (III) = F_{III} \cdot Cs = 1.21 \times 2.44 = 2.95$$

Como el Csa es mayor de 2 Cv se considera igual a 2.95 y la curva III.

Considerando un período de retorno de Tr = 5 años, para calcular el valor de K se entra en el *Cuadro No. 3* con Csa = 2.95 y tipo de curva III, y se tiene K = 0.435.

Finalmente sustituyendo valores en la *ecuación 16* se tiene:

$$X_5 = 3123 + 0.435 \times 3281 = 4550 \text{ m}^3/\text{s}$$

Este valor es semejante a los obtenidos por lo métodos anteriores, lo cual indica que el modelo admite el análisis de la muestra total.

Método de Allen Hazen

El modelo probabilístico es semejante al propuesto por Alder Foster, siendo la ecuación base la (*15*) ó (*16*)

$$Xp = \overline{X} + KSx \qquad \text{..........(16)}$$

Los valores de K están dados en el *Cuadro No. 4* y para el cálculo del coeficiente de asimetría Cs se aplica la ecuación (18). Su ajuste se obtiene por la expresión $C_{sa} = F \cdot C_s$ y se determina el parámetro F por la ecuación $F = 1 + 8.5/n$.

Aplicación

Considerando la misma muestra de la estación Huites y la ecuación base $X_p = \overline{X} + K\,S_x$, se tiene:

Datos:

$\overline{X}$ = 3123 m^3/s
Sx = 3281 m^3/s
C_s = 2.44
F = 1.21,

de donde:

Csa = 1.21 x 2.44 = 2.95

Del *Cuadro No. 4* para Csa = 2.95 y Tr = 5 años, se obtiene

K = 0.42 y sustituyendo en (*16*):
X_5 = 3123 + (0.42) 3281 = 4 500 m^3/s

Resultado indicativo de que el modelo admite la muestra completa aún para un período de retorno pequeño.

Cuadro No. 4

Valores de K del modelo de Allen Hazen

	Tr en años			
Csa	2	5	10	20
0	0	0.84	1.32	1.64
0.1	-0.02	0.84	1.32	1.67
0.2	-0.03	0.83	1.33	1.71
0.3	-0.05	0.83	1.33	1.74
0.4	-0.06	0.82	1.34	1.76
0.5	-0.08	0.82	1.35	1.79
0.6	-0.09	0.81	1.37	1.81
0.7	-0.11	0.80	1.38	1.84
0.8	-0.12	0.79	1.39	1.86
0.9	-0.14	0.77	1.39	1.88
1.0	-0.15	0.76	1.39	1.90
1.1	-0.17	0.75	1.39	1.92
1.2	-0.18	0.74	1.39	1.94
1.3	-0.19	0.72	1.39	1.96
1.4	-0.20	0.71	1.38	1.98
1.5	-0.22	0.69	1.38	1.99
1.6	-0.23	0.69	1.37	2.01
1.7	-0.24	0.66	1.37	2.02
1.8	-0.25	0.64	1.36	2.03
1.9	-0.26	0.62	1.36	2.04
2.0	-0.27	0.61	1.35	2.05
2.1	-0.28	0.59	1.35	2.06
2.2	-0.29	0.59	1.34	2.07
2.3	-0.30	0.55	1.32	2.07
2.4	-0.31	0.53	1.29	2.08
2.5	-0.31	0.51	1.29	2.08
2.6	-0.32	0.49	1.25	2.09
2.7	-0.33	0.47	1.24	2.09
2.8	-0.33	0.45	1.22	2.09
2.9	-0.34	0.43	1.21	2.09
3.0	-0.34	0.41	1.19	2.08

Modelo de W. E Fuller

El autor asoció un período de retorno a los eventos máximos anuales, por medio de un modelo matemático empírico, que es una ecuación de regresión logarítmica en Tr, sin incluir alguna distribución de probabilidad.

La expresión es:

$$Xp = \overline{X}\,(a + b \log_{10} Tr) \qquad \text{..........(22)}$$

o también:

$$\frac{Xp}{\overline{X}} = a + b \log_{10} Tr \qquad \text{..........(23)}$$

donde:

a y b son parámetros que se determinan de los datos de la muestra.

La estructura de la ecuación (*23*) es la de una función lineal tipo logarítmica en Tr, por lo cual los parámetros a y b son constantes y pueden calcularse por el método de mínimos cuadrados por la similitud a la función lineal:

$$Yi = a + bXi \qquad \text{..........(24)}$$

en nuestro caso:

$$Yi = \frac{X_p}{\overline{X}} \text{ (variable dependiente)} \qquad \text{..........(25)}$$

$$Xi = \log_{10} Tr \text{ (variable independiente)} \qquad \text{..........(26)}$$

Aplicando el método de mínimos cuadrados:

$$a = \overline{Y}_i - b\,\overline{X}_i \qquad \text{..........(27)}$$

$$b = \frac{Sxy(i)}{Sxx(i)} \qquad \text{..........(28)}$$

donde:

$$\overline{Yi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} Yi \qquad \text{..........(29)}$$

$$\overline{Xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} Xi \qquad \text{..........(30)}$$

$$Sxy\,(i) = n \sum_{i=1}^{i=n} Xi\,Yi - \left(\sum_{i=1}^{i=n} Xi\right)\left(\sum_{i=1}^{i=n} Yi\right) \qquad \text{..........(31)}$$

$$Sxx\,(i) = n \sum_{i=1}^{i=n} (Xi)^2 - \left(\sum_{i=1}^{i=n} Xi\right)^2 \qquad \text{..........(32)}$$

Adicionalmente es conveniente calcular Rxy, denominado coeficiente de correlación lineal, que es una medida del agrupamiento de las parejas de datos Xi y Yi con la curva de ajuste del modelo usado. Si Rxy(i) tiende a la unidad, es indicativo de que existe una buena correlación. La expresión para el cálculo de Rxy(i) es:

$$Rxy(i) = \frac{Sxy_{(i)}}{\sqrt{Sxx_{(i)} \cdot Syy_{(i)}}} \qquad \text{..........(33)}$$

Siendo:

$$Svy_{(i)} = n \sum_{i=1}^{i=n} (Y(i))^2 - \left(\sum_{i=1}^{i=n} (Yi)\right)^2 \qquad \text{..........(34)}$$

En la aplicación de las fórmulas (*27*) a (*34*) debe tenerse presente el equivalente de Yi y Xi dado para las expresiones (*25*) y (*26*).

Calculados los parámetros a y b se sustituyen en la ecuación (*22*) del modelo, para cualquier valor de X dado el período de retorno Tr.

Aplicación

Considerando la muestra de datos de Huites y haciendo la tabulación adecuada, teniendo presente las equivalencias de Yi e Xi se tiene:

$\overline{Y}$	=	1.000	(ec. 29)
$\overline{X}_i$	=	0.4152	(*ec. 30*)
b	=	2.6218	(*ec. 31, 32 y 28*)
a	=	1.000 - 2.622 x 0.415 = -0.0886	(*ec. 27*)
Rxy	=	0.95	(*ec. 31, 32, 34 y 33*)

y la ecuación final:

X	=	3123 (-0.0886 + 2.6218 log Tr)
para Tr	=	5 años: X_5 = 5446 m^3/s
para Tr	=	4 años: X_4 = 4653 m^3/s

Modelo de Gumbel

Al igual que los otros métodos, permite obtener la magnitud del evento para un determinado período de retorno y su intervalo de confianza.

Gumbel considera que la distribución de probabilidad extrema se puede representar por la ecuación:

$$X_p' = \overline{X} - \frac{Sx}{Sn}(\overline{X}n - \log_e Tr) \qquad \text{..........(35)}$$

Siendo:

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n}[(Xi)^2] - n(\overline{X})^2}{n}} \qquad \text{..........(36)}$$

Donde:

$\overline{X}n$ y Sn	=	constantes función de n (número de años) que se obtiene del *Cuadro No. 5.*
Xp	=	valor máximo correspondiente a un período de retorno Tr.

Para calcular el intervalo de confianza, o sea aquél dentro del cual puede variar X dependiendo del tamaño de registro disponible considera:

$$\text{Si } \varnothing = 1 - \frac{1}{Tr}$$

varía entre 0.2 y 0.8, el intervalo se calcula por la ecuación:

$$\Delta X = \pm \sqrt{n} \propto Sm \cdot \frac{Sx}{Sn\sqrt{n}} \qquad \text{..........(37)}$$

Si Ø es mayor que 0.9 el intervalo se calcula:

$$\Delta X = \pm \frac{1.14\,Sx}{Sn} \qquad \text{..........(38)}$$

La zona entre 0.8 y 0.9 es de transición, es decir el valor ΔX es proporcional al calculado por (*37*) y (*38*) de acuerdo a su posición.

En la expresión (*37*) $\sqrt{n} \propto Sm$, es función de Ø y se determina del *Cuadro No. 6.*

Para el apoyo al cálculo por este método, ver los *Cuadros Nos. 5 y 6.*

Aplicación

Se usará la muestra de gasto máximos anuales de la estación Huites, Sin.

La expresión básica es la ecuación (*35*)

$$X = \overline{X} - \frac{Sx}{Sn}(\overline{X}n - \log_e Tr)$$

Cuadro No. 5

Valores de $\overline{X}_n$ y S_n del modelo de Gumbel

n	$\overline{X}_n$	S_n	n	$\overline{X}_n$	S_n
8	.4843	0.9043	51	.5489	1.1623
9	.4902	0.9288	52	.5493	1.1638
10	.4952	0.9497	53	.5497	1.1653
11	.4996	0.9676	54	.5501	1.1667
12	.5035	0.9833	55	.5504	1.1681
13	.5070	0.9972	56	.5508	1.1696
14	.5100	1.0095	57	.5511	1.1708
15	.5128	1.02057	58	.5515	1.1721
16	.5157	1.0316	59	.5518	1.1734
17	.5181	1.0411	60	.55208	1.17467
18	.5202	1.0493	62	.5527	1.1770
19	.5220	1.0566	64	.5533	1.1793
20	.52355	1.06283	66	.5538	1.1814
21	.5252	1.0696	68	.5543	1.1834
22	.5268	1.0754	70	.55477	1.18536
23	.5283	1.0811	72	.5552	1.1873
24	.5296	1.0864	74	.5557	1.1890
25	.53086	1.09145	76	.5561	1.1906
26	.5320	1.0961	78	.5565	1.1923
27	.5332	1.1004	80	.55688	1.19382
28	.5343	1.1047	82	.5572	1.1953
29	.5353	1.1086	84	.5576	1.1969
30	.53622	1.11238	86	.5580	1.1980
31	.5371	1.1159	88	5583	1.1994
32	.5380	1.1193	90	.55860	1.20073
33	.5388	1.1226	92	.5589	1.2020
34	.5396	1.1255	94	.5592	1.2032
35	.54034	1.12847	96	.5595	1.2044
36	.5410	1.1313	98	.5598	1.2055
37	.5418	1.1339	100	.56002	1.20649
38	.5424	1.1363	150	.56461	1.22534
39	.5430	1.1388	200	.56715	1.23598
40	.54362	1.14132	250	.56878	1.24292
41	.5442	1.1436	300	.56993	1.24786
42	.5448	1.1458	400	.57144	1.25450
43	.5453	1.1480	500	.57240	1.25880
44	.5458	1.1499	750	.57377	1.26506

...continuación del Cuadro No. 5

n	$\overline{X}_n$	S_n	n	$\overline{X}_n$	S_n
45	.54630	1.15185	1000	.57450	1.26851
46	.5468	1.1538	∞	.57722	1.28255
47	.5473	1.1557			
48	.5477	1.1574			
49	.5481	1.1590			
50	.54854	1.16066			

Cuadro No. 6

Valores de $\sqrt{n}\ \alpha\ S_m$ en función de Ø, para el cálculo del intervalo de confianza en el modelo de Gumbel

Ø	$\sqrt{n}\ \alpha\ S_m$	Ø	$\sqrt{n}\ \alpha\ S_m$	Ø	$\sqrt{n}\ \alpha\ S_m$	Ø	$\sqrt{n}\ \alpha\ S_m$
0.01	(2.1607)	0.25	1.2494	0.55	1.5130	0.85	2.5849
0.02	(1.7894)	0.30	1.2687	0.60	1.5984	0.90	(3.16390)
0.05	(1.4550)	0.35	1.2981	0.65	1.7034	0.93	(3.9488)
0.10	(1.3028)	0.40	1.3366	0.70	1.8355	0.95	(4.4721)
0.15	1.2548	0.45	1.3845	0.75	2.0069	0.98	(7.0710)
0.20	1.2427	0.50	1.4427	0.80	2.2408	0.99	(10.0000)

$\overline{X} = 3123\ m^3/s$
$Sx = 3281\ m^3/s$

para n = 40, del *Cuadro No. 5* se obtiene:

$\overline{X}n = 0.54362$; $Sn = 1.14132$

para Tr = 5 años ; $\log_e 5 = 2.3026 \log_{10} 5 = 1.60945$

$$X = 3123 - \frac{3281}{1.14132}(0.54362-1.60945) = 3123 - 1563 + 4627$$

$= 6187\ m^3/s$

Intervalo de confianza $Ø = \frac{1}{5} = 0.8$

se calcula por la ecuación (*37*) y *Cuadro No. 6*:

$$\Delta x = \pm\, 2.2408 \frac{3281}{1.14132\sqrt{40}} = \pm \frac{7352}{7.218} = \pm\, 1018\ m^3/s$$

X máx = 6189 ± 1018 fluctúa entre 7205 y 5169 con valor medio de 6189 m^3/s.

En este modelo el enfoque de la curva de distribución de probabilidad, es a los valores altos extremos y como en esta muestra se tienen eventos muy altos que se disparan, la curva de probabilidad se despega de los eventos con período de retorno pequeño y sobrestima sus valores. En este caso el valor 5169 m^3/s se considera más razonable, es decir el límite inferior.

Modelo de Nash

Es menos rígido que el de Gumbel, pues permite ajustar la distribución de probabilidades por mínimos cuadros. Nash considera que se puede calcular el valor del evento para un determinado período de retorno por la ecuación de forma lineal:

$$Y_p = a + b \log_{10} \cdot \log_{10} \frac{Tr}{Tr-1} \qquad \text{.........(39)}$$

o también

$$Y = a + b\,X \qquad \text{.........(40)}$$

siendo:

$$a = \overline{Y} - b\,\overline{X} \qquad \text{.........(41)}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Xi \cdot Yi) - n\,\overline{X}\,\overline{Y}}{\sum_{i=1}^{i=n} (Xi)^2 - n\,\overline{X}^2} \qquad \text{.........(42)}$$

$$X = \log_{10} \cdot \log_{10} \frac{Tr}{Tr-1} \qquad \text{.........(43)}$$

Para calcular los valores de Xi para cada Yi, se ordenan las Yi en forma decreciente asignándoles un número de orden m, así, el valor más grande de Yi corresponde el valor uno; al inmediato, el dos, etc. y el valor de Xi se calcula considerando la ecuación (*1*) para Tr:

$$Tr = \frac{n+1}{m}$$

y la ecuación anterior (*43*).

Una vez calculados a y b se aplica la ecuación (*39*) para un valor de Tr cualquiera y se determina Y. El intervalo de confianza dentro del cual puede variar el valor de Y se obtiene de:

$$\Delta Y = \pm\, 2 \sqrt{\frac{Syy}{n^2(n-1)} + (X - \overline{X})^2 \left(\frac{1}{n-2}\right) \frac{Syy}{Sxx} (1 - R^2xy)} \qquad \text{.........(44)}$$

Sxx, Rxy y Syy se obtienen de las ecuaciones (*32*), (*33*) y (*34*) teniendo en cuenta la ecuación (*43*) de equivalencia.

Al valor de Y (*ec. 39*) se suma y resta el valor ΔY obteniendo así los límites de variación de Y.

Aplicación

Considerando la misma muestra de datos de la estación Huites efectuando los cálculos se tiene:

$b = -5848.35$;	$Syy = 1.679$
$\overline{Y} = 3123$;	$Sxx = 393.34$
$\overline{X} = -0.5984$;	$Sxy = -2\,300\,542$
;	$Rxy = -0.8951$

$$a = \overline{Y} - b\,\overline{X} = -376.25$$

$$Y = -376.25 + (-5848.35)\left(\log\ \log \frac{Tr}{Tr-1}\right)$$

para Tr = 5 años

$Y = 5552\ m^3/s$

$\Delta Y = \pm\, 1109\ m^3/s$

Variación de Y:

$Ysup. = 5552 + 1109 = 6661\ m^3/s$

$Yinf. = 5552 - 1109 = 4443\ m^3/s$

De manera semejante al modelo de Gumbel un valor de $4443\ m^3/s$ a $5552\ m^3/s$ se considera razonable.

Modelo de Lebediev

El autor parte de las expresiones siguientes:

$$X_d = Xmáx + \Delta X \qquad \text{.........(45)}$$

$$Xmáx = \overline{X}\,(K\,Cv + 1) \qquad \text{.........(46)}$$

$$\Delta X = \pm \frac{A \, Er \, X_{máx}}{\sqrt{n}} \qquad \text{..........(47)}$$

Donde:

Xd = gasto de diseño en m^3/s

Xmáx = gasto máximo probable, para un Tr dado, en m^3/s

ΔX = intervalo de confianza en m^3/s

$\overline{X}$ = gasto medio en m^3/s, (*ec. 30*)

$$Cv = \frac{Sx}{\overline{X}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{Xi}{\overline{X}} - 1\right)^2}{n}} \qquad \text{..........(48)}$$

K = coeficiente que depende de la probabilidad P, expresada en porcentaje y el coeficiente de asimetría Cs:

$$Cs = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{Xi}{\overline{X}} - 1\right)^3}{n \, Cv^3} \qquad \text{..........(49)}$$

Los valores de K se obtiene del *Cuadro No. 7.*

La ecuación (*49*) se aplica si n > 40 años.

Si n < 40 años, Lebediev recomienda:

Cs = 2 Cv para avenidas producidas por deshielo

Cs = 3 Cv para avenidas producidas por tormentas

Cs = 5 Cv para avenidas producidas por tormentas ciclónicas.

Cuadro No. 7

Valores del coeficiente K del modelo de Lebediev

Coeficiente de Asimetría C_s	Tr en años 2	5	10	20
0.0	0.00	0.84	1.28	1.64
0.1	-0.02	0.84	1.29	1.67
0.2	-0.03	0.83	1.30	1.70
0.3	-0.05	0.82	1.31	1.72
0.4	-0.07	0.82	1.32	1.75
0.5	-0.08	0.81	1.32	1.77
0.6	-0.10	0.80	1.33	1.80
0.7	-0.12	0.79	1.33	1.82
0.8	-0.13	0.78	1.34	1.84
0.9	-0.15	0.77	1.34	1.86
1.0	-0.16	0.76	1.34	1.88
1.1	-0.18	0.74	1.34	1.89
1.2	-0.19	0.73	1.34	1.92
1.3	-0.21	0.72	1.34	1.94
1.4	-0.22	0.71	1.34	1.95
1.5	-0.24	0.69	1.33	1.96
1.6	-0.25	0.68	1.33	1.97
1.7	-0.27	0.66	1.32	1.98
1.8	-0.28	0.64	1.32	1.99
1.9	-0.30	0.63	1.31	2.00
2.0	-0.31	0.61	1.30	2.00
2.1	-0.32	0.59	1.29	2.01
2.2	-0.33	0.57	1.27	2.02
2.3	-0.34	0.55	1.26	2.01
2.4	-0.35	0.52	1.25	2.00
2.5	-0.36	0.50	1.23	2.00
2.6	-0.37	0.48	1.21	2.00
2.7	-0.38	0.46	1.19	2.00
2.8	-0.39	0.44	1.18	2.00
2.9	-0.39	0.41	1.15	1.99
3.0	-0.40	0.39	1.13	1.97
3.1	-0.40	0.37	1.11	1.97
3.2	-0.41	0.35	1.09	1.96
3.3	-0.41	0.33	1.08	1.95
3.4	-0.41	0.31	1.06	1.94
3.5	-0.41	0.29	1.04	1.93
3.6	-0.42	0.28	1.03	1.93

...continuación del Cuadro No. 7

Coeficiente de Asimetría C_s	Tr en años 2	5	10	20
3.7	-0.42	0.26	1.01	1.91
3.8	-0.42	0.24	1.00	1.90
3.9	-0.41	0.23	0.98	1.90
4.0	-0.41	0.21	0.96	1.90
4.1	-0.41	0.20	0.95	1.89
4.2	-0.41	0.19	0.93	1.88
4.3	-0.40	0.17	0.92	1.87
4.4	-0.40	0.15	0.91	1.86
4.5	-0.40	0.14	0.89	1.85
4.6	-0.40	0.13	0.87	1.84
4.7	-0.40	0.11	0.85	1.83
4.8	-0.39	0.10	0.82	1.81
4.9	-0.386	0.084	0.80	1.80
5.0	-0.380	0.068	0.78	1.78
5.1	-0.376	0.051	0.76	1.76
5.2	-0.370	0.035	0.73	1.74

Entre estos valores y el obtenido por (49) se escoge el mayor.

A = coeficiente que varía de 0.7 a 1.5, dependiendo del número de años de registro. Mientras mayor sea el registro, es menor el valor del coeficiente.

Si: n > 40 años, se toma el valor 0.7

Er = coeficiente que depende de los valores de Cv y de la probabilidad P y se obtiene de las gráficas de la *Figura No. 2.*

Aplicación

Considerando la muestra de datos de Huites

$Xmáx = \overline{X} (K\ Cv + 1)$

$\overline{X} = 3123\ m^3/s$

$Cv = \frac{Sx}{\overline{X}} = \frac{3281}{3123} = 1.05$; $3\ Cv = 3.15$

Cálculo de K: Tr = 5 años; P = 20% ; Cs = 3.15
del *Cuadro No. 7* : K = 0.36

$Xmáx = 3123\ (0.36 \times 1.05 + 1) = 4336\ m^3/s$

$\Delta X = \pm \frac{A\ Er\ Xmáx}{\sqrt{n}}$

A = 0.7 ; Er = 1.0

$\Delta X = \pm \frac{0.7 \times 1.0 \times 4336}{\sqrt{40}} = \pm 480\ m^3/s$

$Xd = 4336 + 480 = 4816\ m^3/s$

Conclusión

Resumiendo los resultados de los métodos aplicados (Cuadro No. 8) se tiene:

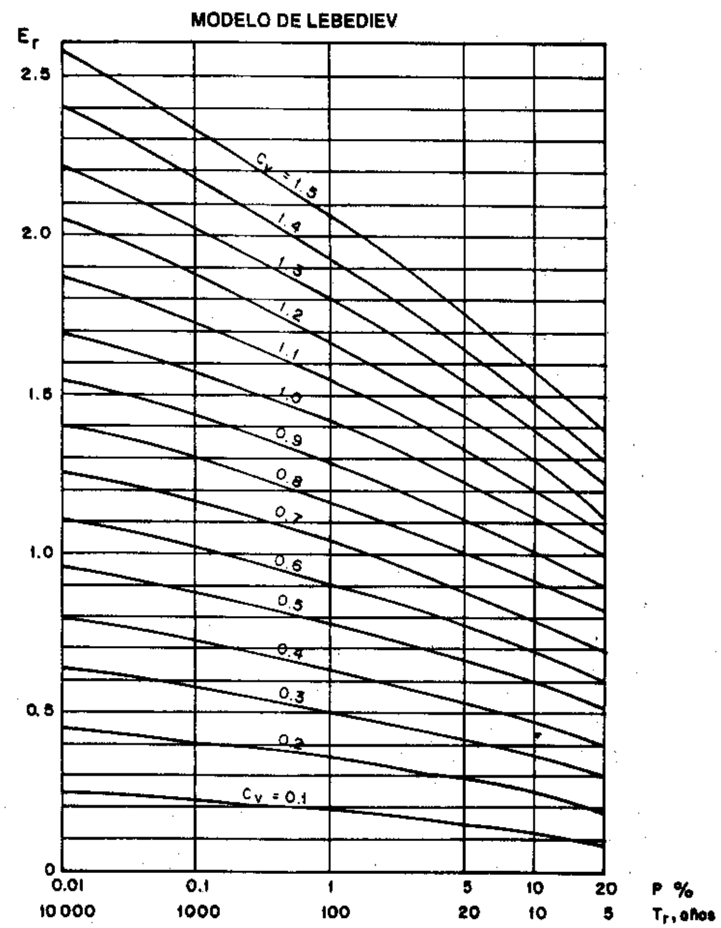
Cuando el período de retorno es pequeño, como en este caso, los métodos que se apegan más a la muestra son:

Cuadro No. 8

Resumen de resultados de la aplicación de los diversos métodos

Método	Período de retorno en años	Gasto en m^3/s
Curva de duración	5.1	4 300
Curva de frecuencia	5.0	4 300
Estadístico	-	4 476
Alder Foster	5	4 550
Allen Hazen	5	4 500
W. E. Fuller	5	5 446
Gumbel límite sup.	5	7 205
Gumbel límite inf.	5	5 169
Nash límite sup.	5	6 661
Nash límite inf.	5	4 443
Lebediev con intervalo de confianza	5	4 816

FIGURA No.2
VALORES DE E_r EN FUNCION DE C_v Y P, EN PORCENTAJE O T_r EN AÑOS



Curvas de duración y de frecuencia, estadístico, los probabilísticos de Alder Foster, Allen Hazen y Lebediev y el modelo de W. E. Fuller.

Los métodos de Gumbel y Nash, sobrestiman el gasto si se considera el límite superior al sumar el intervalo de confianza.

Caso en que no se dispone de información hidrométrica de la corriente en estudio.

En caso de que no se disponga de datos hidrométricos de la corriente en estudio, pero se cuente con datos de precipitación en su cuenca, se considera que la metodología planteada para el caso con datos hidrométricos es aplicable también a una muestra histórica de datos de precipitaciones máximas anuales puntuales y medias en la cuenca de la corriente, obtenidas de observaciones de 24 horas, de las 8 horas a.m. del día *d1* a las 8 horas a.m. del día d2 o de más duración. Sin embargo Gumbel modifica la ecuación (35) y recomienda:

$$Xp = \overline{X} - \frac{S_x}{Sn}\left(Xn - \log(e) \cdot \log \quad (e)\ \frac{Tr}{Tr-1}\right) \quad \text{..........(50)}$$

con igual significado de sus literales.

Una vez determinada dicha precipitación por los diversos procedimientos, se utiliza este dato asociado a otros que involucran las características físicas y geométricas de la cuenca, en la estimación del gasto máximo ordinario con apoyo de un modelo de lluvia-escurrimiento. Según estudio de Hershfield, para obtener la precipitación en 24 horas consecutivas seleccionadas, es necesario ajustar por un factor de 1.13 a la precipitación de 24 horas de observación convencional.

La precipitación de 24 horas es la más usual por que se dispone de manera profusa con esta información, aunque no así su distribución horaria o instantánea, que en general es necesario asumirla de acuerdo a una ecuación matemática representativa general.

De los métodos racionales de lluvia-escurrimiento es recomendable el de Gregory-Arnold porque considera el mayor número de parámetros de la cuenca y proporciona resultados aceptables.

Planteamiento del método Racional Básico

Se considera la cuenca de una corriente con área A (km^2) en la que cae una precipitación de magnitud X_a (mm) que cubre toda la cuenca.

Los volúmenes llovido, infiltrado, retenido superficial, evaporado y escurrido son:

$$Vp = 1000 \cdot A \cdot X_a \text{ (llovido } m^3\text{)} \quad \text{..........(51)}$$

$$V_{\emptyset} = 1000\ A\emptyset_a \text{ (infiltrado, retenido y evaporado en } m^3\text{)} \quad \text{..........(52)}$$

$$Ve = 1000 \cdot A \cdot X_a - 1000\ A \cdot \quad \emptyset_a = 1000\ A\ (X_a - \emptyset_a) \text{ (escurrido en } m^3\text{)} \quad \text{..........(53)}$$

Si la duración total de la creciente es Tb horas, el gasto medio con que ocurre es:

$$Q_{med} = \frac{1000\ A\ (X_a - \emptyset_a)}{3600\ Tb} = \frac{A\ (Xa - \emptyset a)}{3.6\ Tb} \text{ en } m^3/s \quad \text{..........(54)}$$

Sin embargo, el gasto medio no proporciona la representación real de la creciente ni el valor máximo (pico) de la misma, pues la magnitud de la avenida en el sitio de estudio va aumentando a medida que aporta una mayor área de cuenca. La condición para que ocurra el gasto máximo, es que la cuenca aporte en su totalidad y para ello es necesario que la duración de la lluvia sea igual o mayor al tiempo (Tc) de concentración de la cuenca hasta dicho sitio.

Entonces:

$$T_b = T_c + t \quad \text{..........(55)}$$

o sea igual a la suma del tiempo Tc de concentración de la cuenca más el tiempo (t) de receso de la creciente para que pase por el sitio el escurrimiento proveniente del punto más alejado de la cuenca, que depende también de la duración de la tormenta.

$$Qmed. = \frac{A\ (Xa - Øa)}{3.6\ (Tc + t)} \quad \text{..........(55)}$$

La condición teórica para que el gasto sea máximo es que $t = Tc$, considerando el hidrograma como un triángulo isósceles:

$$Qm = \frac{A\ (X_c - Ø_c)}{3.6\ (2\ Tc)} = \frac{Qmáx\ (2\ Tc)}{2\ (2\ Tc)} = \frac{Qmáx}{2}$$

Bajo esta consideración, $Q_{máx} = 2\ Q_{med}$ ....(56)

$$Qmáx = \frac{A\ (X_c - Ø_c)}{3.6\ (Tc)} \quad \text{..........(57)}$$

También:

$$Qmáx = \frac{A}{3.6}(I_{pc} - I_{Øc}) \quad \text{..........(58)}$$

Donde: I_{pe} e $I_{Øc}$ son las intensidades de lluvia y pérdidas en el tiempo T_c, en mm/hora.

Si multiplicamos y dividimos el segundo miembro de (*57*) por Xe y la (*58*) por Ipe y si llamamos coeficiente de escurrimiento a la expresión:

$$C = \frac{X_c - Ø_c}{X_c} \quad \text{o también:} \quad C = \frac{I_{pc} - I_{Øc}}{I_{pc}} \quad \text{..........(59)}$$

Se tienen las ecuaciones equivalentes:

$$Qmáx = \frac{A\ .\ C\ Xc}{3.6\ Tc} \quad \text{..........(60)}$$

$$Qmáx = \frac{A\ .\ C\ Ipc}{3.6} \quad \text{..........(61)}$$

Las ecuaciones (*57*), (*58*), (*60*) y (*61*) son equivalentes y representan el modelo matemático racional más simple del gasto máximo instantáneo de una cuenca.

Sin embargo, las ecuaciones anteriores del gasto pico se han derivado bajo la consideración de un hidrograma triangular isósceles, es decir que la relación Qmáx/Qmed = 2.0, pero en los hidrogramas reales puede diferir esta relación y cuya adecuación a curvas teóricas ha indicado que es variable y por lo tanto la ecuación general racional es:

$$Qmáx = \left(\frac{\delta}{7.2}\right) \frac{A\ .\ (X_c - Ø_c)}{T_c} \quad \text{..........(62)}$$

$$Qmáx = \left(\frac{\delta}{7.2}\right) A\ (I_p - I_Ø) \quad \text{..........(63)}$$

$$Qmáx = \left(\frac{\delta}{7.2}\right) \frac{C\ .\ A\ .\ Xc}{Tc} \quad \text{..........(64)}$$

$$Qmáx = \left(\frac{\delta}{7.2}\right) C\ .\ A\ .\ Ic \quad \text{..........(65)}$$

Donde:

δ	=	parámetro de ajuste del pico
Xc	=	precipitación en el tiempo Tc, en mm
I_{pc}	=	intensidad de precipitación en Tc, mm/hora
$Ø_c$	=	pérdidas en el tiempo Tc, mm

$I\varnothing_c$: intensidad de pérdidas en Tc, mm/h

C: coeficiente de escurrimiento

A: área de cuenca en km^2

Son equivalentes y puede utilizarse cualquiera de ellas de acuerdo a como se use los datos de láminas de lluvia (Xc) ó (I_{pc}) y la de pérdidas ($\varnothing c$) ó ($I_{\varnothing c}$).

El parámetro δ varía de acuerdo a estudios de Tae Sang Won como sigue:

Tipo de curva	**Valor de δ**	**Recomendaciones para su uso**
Parábola	1.5	Para cuencas que por las condiciones del cauce y cubierta vegetal es de esperarse un efecto atenuador sobre el pico de la creciente.
Triángulo Isósceles y Coseno	2.0	Cuencas en condiciones normales del cauce y cubierta vegetal, sin zonas de inundación.
Probabilidad	2.4	Cuencas pequeñas de escasa vegetación, impermeable, cauce profundo y sin zonas de inundación

Análisis de los parámetros de la fórmula básica racional

Observando la fórmula básica racional, se distinguen varios parámetros que es necesario analizar y son la magnitud de la lluvia y su tiempo de duración, que por definición, para que ocurra el Qmáx, debe ser igual o mayor que el tiempo de concentración de la cuenca y el coeficiente de

escurrimiento donde se involucran las pérdidas. Se analizará cada uno de ellos.

Parámetro X_p o I_p (Magnitud e intensidad de la lluvia y su distribución en el tiempo y espacio)

La distribución de la lluvia en el tiempo es variable, pudiendo ser intensa al principio, moderada al final o tender a ser uniforme en toda su duración. También moderada al inicio e intensa en un lapso intermedio o al final.

En cuencas de tiempo de concentración corto, la distribución primera es crítica y para cuencas de largo tiempo de concentración, casi no tiene influencia la distribución.

Kuichling

De los análisis de tormentas efectuados por Emil Kuishling y C.E. Gransky de E.U., recomiendan el modelo siguiente que se apega a las curvas de máxima intensidad.

$$X_a = \frac{K\,(T_2^{\,1-e} - T_1^{\,1-e})}{(1-e)}, \text{ en mm.} \qquad \text{..........(66)}$$

$$I_p = \frac{K\,(T_2^{\,1-e} - T_1^{\,1-e})}{(1-e)\,(T_2 - T_1)}, \text{ en mm/hora} \qquad \text{..........(67)}$$

En el caso de $T_1 = 0$, partiendo del origen:

$$X_a = \frac{K\,T^{\,1-e}}{1-e}, \text{ en mm.} \qquad \text{..........(68)}$$

$$I_p = \frac{K\,T^{\,1-e}}{(1-e)\,.\,T} = \frac{K}{(1-e)\,.\,T^{e}}, \text{ en mm/hora} \qquad \text{..........(69)}$$

Se puede usar una o otra según la ecuación de Qmáx que sea utilizada (*62*) a (*65*) y si se parte del origen $T_1 = 0$ ó de cierto tiempo $T_2 - T_1$, siendo $T_1 \neq 0$.

Por otra parte, e puede tener diversos valores. Así, e = 0 corresponde a una lluvia uniforme ya que $X_a = KT$ y $I_p = K$.

A medida que aumenta positivamente el valor de e, la lluvia va siendo más intensa al principio hasta convertirse en tormenta violenta.

Es recomendable por su mayor incidencia valores de e comprendidos entre 0.45 a 0.80 de la manera siguiente, previendo condiciones críticas. Tomar el valor más alto en zona ciclónica

e = 0.45 a 0.50	Cuencas muy grandes con Tc igual o mayor de 48 horas.
e = 0.50 a 0.55	Cuencas grandes en Tc mayor de 24 horas y menor de 48 horas.
e = 0.55 a 0.60	Cuencas medianas con Tc entre 6 y 24 horas
e = 0.60 a 0.70	Cuencas chicas con Tc entre 6 y 1 h
e = 0.70 a 0.80	Para cuencas muy pequeñas con Tc menor de 1 hora.

Siendo Tc el tiempo de concentración de la cuenca.

En el caso de contarse con datos pluviográficos se seleccionará la e que proporcione el análisis de dichos datos.

Por lo que respecta a la distribución de la lluvia en la cuenca, siempre cuando ocurre una tormenta, existe un punto en la cuenca de valor máximo y a medida que aumenta la extensión se va reduciendo el valor medio correspondiente a cada área. El estudio de esta variación tiende a un modelo de la forma general siguiente:

$$X_{med\ cuenca} = X_{máx\ puntual}\left(\frac{1}{2.7183^{K'A^b}}\right) \text{..........(70)}$$

K' y b varían de acuerdo a la duración total de la lluvia.

Algunos autores, para lluvias de 24 horas, recomiendan:

K' = 0.00284 y b = 0.5

de donde para lluvias de 24 horas se tiene:

Xmed. cuenca = Xmáx. puntual

$$\left(\frac{1}{2.7183^{0.00284\ A^{0.5}}}\right) \text{..........(71)}$$

Sin embargo, es recomendable usar la tendencia dada por curvas de precipitación - área - duración elaboradas en base a análisis exhaustivos de grandes tormentas como la ocurrida en Tennesse E.U. mostradas en la *Figura No. 3.*

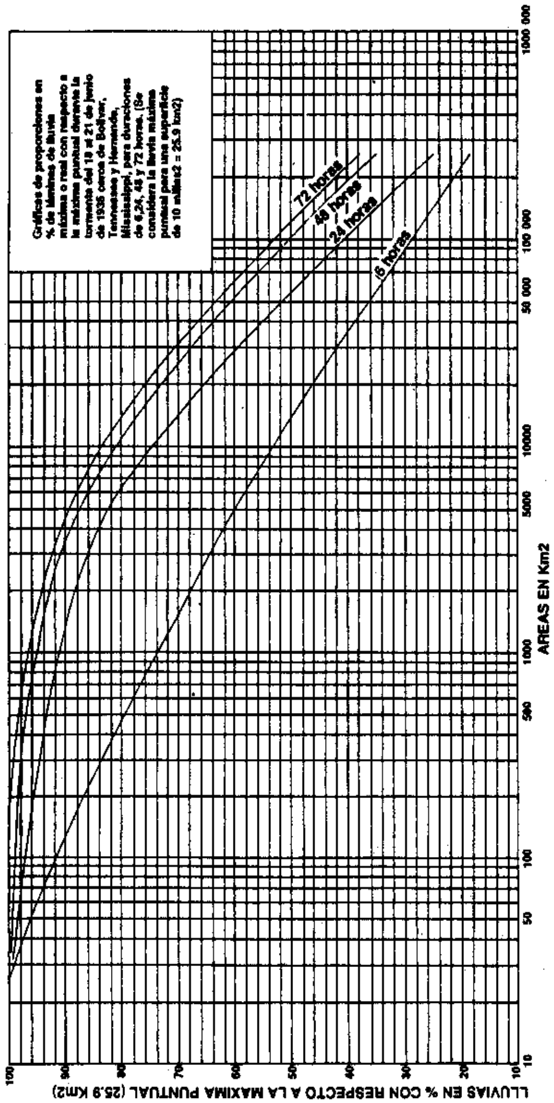
En una cuenca muy pequeña es posible que sólo se disponga de una estación climatológica localizada en la misma o sus cercanías. En este caso el proceso es simple, pues la muestra histórica de la misma será la base del estudio.

Si la cuenca es mediana o grande y se localizan en la misma varias estaciones climatológicas, en este caso pueden seguirse dos caminos para la determinación de la lluvia media en la cuenca.

El primero consiste en tratar independientemente las muestras históricas de cada una de las estaciones, para fijar la lluvia máxima ordinaria correspondiente a cada estación, asociada a un período de retorno. Para determinar el valor ponderado, se asignará a cada estación su área de influencia o se trazarán isoyetas.

Una vez determinada así la magnitud de la lluvia puntual ponderada, se hace el ajuste por área para obtener el valor medio en la cuenca y para su distribución en el tiempo, se aplicarán las fórmulas (*66*) a (*69*) según el caso.

FIGURA No.3
RELACION EN PORCIENTO, ENTRE LA LAMINA MEDIA DE TORMENTAS EN GRANDES AREAS CON RESPECTO A LA OBSERVADA EN UNA ESTACION (PUNTAL)



Otro procedimiento más laborioso, pero que pretende dar resultados más exactos, es determinar año a año, la tormenta que proporcione la máxima lluvia en la cuenca (con áreas de influencia o isoyetas) y de esta manera formar la muestra histórica de las mismas, que se someterá a los análisis mencionados de probabilidades para determinar la magnitud de la máxima ordinaria y posteriormente, su distribución en el tiempo. En este caso no se hace ajuste por área de cuenca.

Es importante tener presente que de acuerdo a estudios de Hershfield, para obtener la precipitación de 25 horas consecutivas seleccionadas, es necesario ajustar con un factor de 1.13 a la precipitación de 24 horas de observación convencional.

Parámetro de duración D de la lluvia.

Como se indicó, la condición para obtener el gasto máximo es que la duración D, de la lluvia sea igual ó mayor que el tiempo Tc de concentración de la cuenca. Si se logra determinar este último, se puede también definir X_p ó I_p para Tc, que es uno de los elementos de la expresión del coeficiente de escurrimiento C. (*Ec. 59*)

Algunos autores han propuesto fórmulas empíricas para determinar de manera aproximada el tiempo de concentración, entre las cuales se presentan las siguientes:

Fórmula de Rowe:

$$Tc = \left(\frac{0.86\ L^3}{\Delta H}\right)^{0.385} = \left(\frac{0.86\ L^2}{S}\right)^{0.385} \qquad \text{.........(72)}$$

donde:

Tc : tiempo de concentración de la cuenca en horas

L : longitud del colector principal en kilómetros
S : pendiente del colector principal expresada al

millar, igual a la relación entre el desnivel ΔH del punto más alejado del colector al sitio de estudio en metros y longitud L del colector en kms.

Fórmula de Kirpich: (equivalente a la de Rowe con otra estructura)

$$Tc = 0.0003245 \left(\frac{L}{\sqrt{S}}\right)^{0.77} \qquad \text{..........(73)}$$

$0.0078 \left(\frac{L}{\sqrt{S}}\right)^{0.77}$

donde:

Tc : tiempo de concentración de la cuenca en horas

L : longitud del colector principal en metros

S : pendiente del colector principal (relación directa)

Fórmula de Chow:

(cuencas pequeñas $Tc \cong Tr$)
(cuencas grandes) $Tc \cong Tr/0.6$; ó $Tc = \frac{D}{2} + Tr$ ....(74a)

$$Tc \cong Tr = 0.00505 \left(\frac{L}{\sqrt{S}}\right)^{0.64} \text{(cuencas pequeñas)} \qquad \text{..........(74b)}$$

Tc : tiempo de concentración en horas o de retraso de cuencas pequeñas

Tr : tiempo de retraso en horas

L : longitud del colector principal en metros

S : pendiente del colector principal en por ciento

Fórmula del Servicio de Conservación del Suelo en E.U. (SCS)

$$Tc = \frac{L^{1.15}}{3085\ \Delta H^{0.38}} \qquad \text{..........(75)}$$

Tc : tiempo de concentración

ΔH : desnivel máximo sobre el colector principal en metros

L : longitud del cauce principal en metros

Parámetro: Xa, Øa ó Ip, Iø (magnitud ó intensidad de las pérdidas en metros de lluvias en el tiempo)

Este parámetro interviene en las expresiones (*62 a 65*) del gasto máximo, y por lo tanto, en la determinación del coeficiente "C" de escurrimiento. Las pérdidas por retención de la lluvia en la cuenca, el retorno a la atmósfera por evaporación y su absorción en el suelo durante una tormenta se integran como sigue:

m : fracción en decimal de la lluvia que se almacena en depresiones de la superficie y huecos del suelo e interceptada por la cubierta vegetal. Los valores de m varían : 0.00 a 0.05 para suelo duro, seco, compacto, vegetación rala y sin depresiones ; 0.05 a 0.10 para suelo compacto, vegetación normal, saturados, con algunas depresiones en la superficie : 0.10 a 0.30 más para suelos labrados, cultivados, saturados y según la rotura del suelo.

Y : evaporación la cual varía con la localidad geográfica de la cuenca, características climáticas y época del año, se expresa en mm/hora. En términos generales, se puede considerar : 0.25 a 0.10 desde zonas secas, áridas, calientes a zonas húmedas calientes. En zonas frías puede ser menor a 0.10. En ocasiones se desprecia este concepto.

Z : absorción o infiltración de la lluvia en el suelo, que depende de la textura y estructura granulométrica del suelo, sus condiciones de humedad y superficie, así como el suelo del mismo. Los valores mínimos (medios en 24 horas) considerando condiciones previas de humedad y con cultivos o vegetación natural son:

0.5 a 1.0 mm/h en suelos finos arcillosos y algunos salinos;

1.0 a 2.0 mm/h en suelos francos (areno-limo-arcillosos);

2.0 a 3.0 mm/h en suelos areno-limosos y

3.0 a 4.0 mm/h ó más en suelos arenosos, gruesos y profundos.

La fórmula que define el coeficiente de escurrimiento en función de los elementos anteriores es:

$$C = 1 - \left(\frac{Y_D + Z_D}{X_D}\right)(1 - m) \qquad \text{.........(76)}$$

La evaporación Y_D en el lapso D se calcula suponiendo la constante $Y_D = Y \cdot D$; la absorción Z_D puede considerársele una variación semejante a la de la lluvia (*fórmula 68*) sustituyendo e por u pero con valores del exponente u de 0.30, 0.40 y 0.50 según sean los suelos de textura fina, media y gruesa. También puede considerarse constante en el lapso D, es decir $Z_D = Z \cdot D$.

Otro método para determinar la lámina X_e de escurrimiento o exceso de lluvia, es el propuesto por el Departamento de Conservación de Suelos de E.U., en el cual se hace intervenir la magnitud de la lluvia X_a, generalmente la de 24 horas, el uso actual del suelo, las condiciones de superficie, el tipo de suelo, estructura y textura y la condición de humedad previa del mismo, que puede ser seca, media y húmeda para determinar el número N de escurrimiento. Se proporciona la equivalencia de N entre condición media y condiciones previas secas y húmedas.

La fórmula propuesta es la siguiente:

$$Xe = \frac{10\left(\frac{Xa}{10} - \frac{508}{N} + 5.08\right)^2}{\frac{Xa}{10} + \frac{2032}{N} - 20.32} \qquad \text{.........(77)}$$

donde:

Xe = lámina en exceso o de escurrimiento, en mm

X_a = lámina de precipitación en la cuenca, correspondiente a la tormenta, en mm.

N = número de escurrimiento

Para determinar los valores de N apoyándose en las cartas disponibles de uso del suelo y vegetación de la cuenca, se utiliza el *Cuadro No. 9*. Para seleccionar el tipo de suelo es necesario apoyarse en las cartas edafológicas y la textura como se muestra en los tipos hidrológicos siguientes:

Tipo A.- Suelos de gravas y de arenas de tamaño medio, limpias y mezclas de ambas. Estos generan el menor escurrimiento.

Tipo B.- Suelos de arenas finas, limos orgánicos e inorgánicos, mezcla de arena y limo. Generan escurrimiento inferior al medio.

Tipo C.- Suelos de arenas muy finas, arcillas de baja plasticidad, mezcla de arena, limo y arcilla. Generan escurrimiento superior al medio.

Tipo D.- Suelos arcillosos de alta plasticidad, con subhorizontes casi impermeables cerca de la superficie. Generan el mayor escurrimiento.

En el *Cuadro No. 10* se presenta la equivalencia del número N de escurrimiento, entre la condición de humedad previa media, la seca y la húmeda.

Además para interpretar las unidades de los suelos proporcionadas en las cartas edafológicas del INEGI para definir el tipo de suelo, se presenta un resumen de las claves de las unidades de suelos y su clasificación hidrológica enfocada a la determinación de N. Se muestra en el *Cuadro No. 11*.

Cuadro No. 9

Selección del número de escurrimiento N, para condiciones de humedad previa media

Uso de la tierra	Condición de la cobertura vegetal de la superficie.	Tipo de suelo A	B	C	D
Bosques cultivados	Ralo, baja transpiración	45	66	77	83
	Normal, transpiración media	36	60	73	79
	Espeso, alta transpiración	25	55	70	77
Caminos	De tierra	72	82	87	89
	Superficie dura	74	84	90	92
Bosques naturales	Muy ralo, muy baja transpiración	56	75	86	91
	Ralo, baja transpiración	46	68	78	84
	Normal, transpiración media	36	60	70	76
	Espeso, alta transpiración	26	52	62	69
	Muy espeso, muy alta transpiración	15	44	54	61
Descanso, sin cultivo	Surcos rectos	77	86	91	94
Cultivos en surco	Surcos rectos	70	80	87	90
	Surco en curva del nivel	67	77	83	87
	Terrazas	64	73	79	82
Cereales	Surcos rectos	64	76	84	88
	Surco en curva del nivel	62	74	82	85
	Terrazas	60	71	79	82
Leguminosas sembradas con maquinaria o al voleo	Surcos rectos	62	75	83	87
	Surco en curva del nivel	60	72	81	84
	Terrazas	57	70	78	82
Pastizal	Pobre	68	79	86	89
	Normal	49	69	79	84
	Bueno	39	61	74	80
	Curva de nivel, pobre	47	67	81	88
	Curva de nivel, normal	25	59	75	83
	Curva de nivel, bueno	6	35	70	79
Potrero permanente	Normal	30	58	71	78
Superficie impermeable		100	100	100	100

Cuadro No. 10

Valores correspondientes al número de escurrimiento N, para diferentes condiciones de humedad previa en el suelo en relación a la condición media

Condición previa de humedad		
Seca	Media	Húmeda
100	100	100
94	98	99
89	96	99
85	94	98
81	92	97
78	90	96
75	88	95
72	86	94
68	84	93
66	82	92
63	80	91
60	78	90
58	76	89
55	74	88
53	72	86
51	70	85
48	68	84
46	66	82
44	64	81
42	62	79
40	60	78
38	58	76
36	56	75
34	54	73
32	52	71
31	50	70
29	48	68
27	46	66
25	44	64
24	42	62
22	40	60

Cuadro No. 11

Claves de la unidades de suelos

Las unidades de suelos, están referidas a los horizontes y características diagnósticadas enfocadas al aspecto de permeabilidad y no a su uso actual, o potencial.

Clave	Unidad	Tipo
Ao	Acrisoles órticos	C
Af	Acrisoles férricos	D
Ah	Acrisoles húmicos	C
Ap	Acrisoles plínticos	C
Ag	Acrisoles gléicos	D
To	Andasoles ócricos	A-B
Tm	Andasoles mólicos	A-B
Th	Andasoles húmicos	A-B
Tr	Andasoles vítricos	A-B
Qf	Arenosoles ferrálicos	A-B
Ql	Arenosoles lúvicos	A-B
Qc	Arenosoles cámbicos	B
Qa	Arenosoles álbicos	A-B
Bd	Cambisoles dístricos	D
Be	Cambisoles eútricos	C
Bh	Cambisoles húmicos	C
Bg	Cambisoles gléicos	D
Bx	Cambisoles gélicos	D
Bk	Cambisoles cálcicos	C
Bc	Cambisoles crómicos	C
Bv	Cambisoles vérticos	D
Bf	Cambisoles ferrálicos	C
Kh	Kastanozems háplicos	C-D
Kk	Kastanozems cálcicos	C-D
Kl	Kastanozems lúvicos	C-D
Cl	Chermozen lúvico	C
Ck	Chermozen cálcico	B
Ch	Chermozen háplico	B
Hh	Phaeozems háplicos	C
Hc	Phaeozems calcáreos	C
Hl	Phaeozems lúvicos	C
Hg	Phaeozems gléicos	D

...continuación del Cuadro No. 11

Clave	Unidad	Tipo
Fo	Ferrasoles órticos	D
Fx	Ferrasoles xánticos	D
Fr	Ferrasoles ródicos	D
Fh	Ferrasoles húmicos	D
Fa	Ferrasoles acrícos	D
Fp	Ferrasoles plínticos	D
Je	Fluvisoles eútricos	B
Jc	Fluvisoles calcáreos	B
Jd	Fluvisoles dístricos	B
Jt	Fluvisoles tiónicos	B
Jg	Fluvisoles gléyicos	C
Ge	Gleysoles eútricos	D
Gc	Gleysoles calcáreos	D
Gd	Gleysoles dístricos	D
Gm	Gleysoles mólicos	D
Gh	Gleysoles húmicos	D
Gp	Gleysoles plínticos	D
Oe	Histosoles eútricos	D
Od	Histosoles dístricos	D
Ox	Histosoles gélicos	D
I	Litosoles	D
Lo	Luvisoles órticos	C-D
Lc	Luvisoles crómicos	C-D
Lk	Luvisoles cálcicos	C-D
Lv	Luvisoles vérticos	C-D
Lf	Luvisoles férricos	C-D
La	Luvisoles álbicos	C-D
Lp	Luvisoles plínticos	C-D
Lg	Luvisoles gléicos	C-D
Ne	Nitosoles eútricos	C
Nd	Nitosoles dístricos	C
Nh	Nitosoles húmicos	C
Po	Podzoles órticos	A-B
Ph	Podzoles húmicos	A-B
Pp	Podzoles plácicos	A-B
Pg	Podzoles gléicos	A-B

...continuación del Cuadro No. 11

Clave	Unidad	Tipo
We	Planosoles éutricos	D
Wd	Planosoles dístricos	D
Wm	Planosoles mólicos	D
Wh	Planosoles húmicos	D
Ws	Planosoles solódicos	D
Wx	Planosoles gélicos	D
Dg	Podzoluvisol gléico	B
Dd	Podzoluvisol dístrico	B
De	Podzoluvisol eútrico	B
LL	Ranker	C
Re	Regosoles eútricos	B
Rc	Regosoles calcáreos	B
Rd	Regosoles dístricos	B
Rx	Regosoles gélicos	D
E	Rendzinas	C
Zo	Solochaks órticos	D
Zm	Solochaks mólicos	D
Zt	Solochaks taquíricos	D
Zg	Solochaks gléicos	D
So	Solonetz órticos	D
Sm	Solonetz mólicos	D
Sg	Solonetz gléicos	D
Sa	Solonetz álbico	D
Vp	Vertisoles pélicos	C-D
Vc	Vertisoles crómicos	C-D
Xh	Xerosoles háplicos	B-C
Xk	Xerosoles cálcicos	B-C
Xo	Xerosoles gípsicos	B-C
Xl	Xerosoles lúvicos	D
Yh	Yermosoles háplicos	C
Yk	Yermosoles cálcicos	C
Yg	Yermosoles gípsicos	C
Yl	Yermosoles lúvicos	D
Yt	Yermosoles taquíricos	D

Clave de fases

	Físicas		Químicas
Lítica:		Salinas:	
Petrocálcica:		Sódica:	

Clave de textura y pendiente

Clave de textura	Clases de pendiente
(1) Gruesa	(a) A nivel hasta suavemente ondulada.
(2) Media	(b) Quebrada o cerril.
(3) Fina	(c) Fuertemente disectada a montañosa.

Descripción de los horizontes

Los suelos se han formado a partir de un material geológico original, como roca, aluvión, cenizas volcánicas, fango de pantano, etc.

Por acción química se produce descomposición de minerales primarios (hidrólisis, oxidación, etc.), síntesis de secundarios (arcilla, óxido, carbonatos, etc). También la formación del suelo viene acompañada de migración de materiales dentro de la zona edáfica, disminución de la densidad aparente, cambio de color, etc. Como consecuencia se van integrando capas edáficas llamadas horizontes. El conjunto de los horizontes de un suelo, diferenciados unos de otros por las características químicas y físicas adquiridas, determina la morfología del mismo e integra su perfil.

En general los suelos totalmente formados presentan cuatro horizontes:

Un horizonte superior "A", más o menos rico en materia orgánica humificada y de color algo más oscuro que los demás horizontes del perfil.

Un horizonte "B" abajo del "A", que contiene notablemente menos materia orgánica y en algunos casos contienen materiales acumulados que migran desde "A", dando lugar a manchones blandos y duros de substancias blancas, generalmente de carbonato del calcio; manchones rojos de óxido de fierro, etc.

El horizonte "C" que es una capa de material en proceso de descomposición y conversión a suelo, con abundancia de partículas de minerales primarios, mezclados con los secundarios del suelo.

Un horizonte "D" de material geológico (roca) sobre el cual descansa todo el perfil y que puede ser el original.

Suele presentarse en algunos suelos un horizonte "E" álbico entre el "A" y el "B", que destaca por su color blanquecino o gris y se desarrolla debido a las pérdidas de componentes coloreados (humos, óxidos, arcillas, etc.) que emigran del mismo hacia horizontes inferiores. Los espesores de los horizontes son bastante variables y cada uno puede mostrar cierto grado de diferencia interna.

No todos los suelos presentan los horizontes mencionados, así por ejemplo en los suelos juveniles derivados de aluviones recientes, el perfil puede ser sólo del horizonte "C" careciendo de "A" y B". Otro suelo puede carecer de los horizontes "B" ó "C" o de ambos quedando sólo el "A" sobre roca, habiendo casos de suelos que sepultan a otros más antiguos.

A todos se les llama "horizontes diagnósticos". Los órdenes y subórdenes de suelos se definen principalmente en términos de los horizontes que presentan, pero tomando en cuenta propiedades físicas y químicas, tales como color, textura, estructura, pH, saturación con bases, contenidos en sales y otros.

Los principales horizontes son:

"A" Hístico.- Capa superficial con más de 20% de materia orgánica, área de drenaje natural deficiente (turberas)

"A" Mólico.- Capa superficial blanda de color obscuro, rica en materia orgánica y nutrientes.

"A" Umbrico.- Capa superficial de color oscuro, rica en materia orgánica y pobre en nutrientes.

"B" Argílico.- Capa en general abajo de la "A", con acumulación de arcilla.

"B" Nátrico.- Además de las características anteriores del argílico tiene exceso de sodio y estructura columnar.

"B" Espódico.- Con acumulación de fierro y materia orgánica, por lo que su color es más oscuro o más rojo que el de "A".

"B" Oxico.- Capa roja o amarilla intensamente alterada y empobrecida, muy permeable a pesar de ser arcillosa (Caolinita).

"B" Cámbrico.- Capa abajo "A" con estructura de suelo y no de roca.

Albico.- Capa intermedia decolorada y muy permeable, entre "A" y "B" o un tepetate.

Cálcico.- Capa con acumulación abundante de carbonato.

Sálico.- Capa con acumulación abundante de sales.

Gléico.- Capa saturada con agua estacional o permanente, que presenta manchas rojas o amarillentas con tono de verde o de azul, o es de color verde o azul.

Plíntico.- Capa profunda con notables manchas rojas, formados por agregados de fierro que al secar se endurecen en forma permanente.

Ejemplo de aplicación:

En seguida se presenta una aplicación del método racional básico.

Datos del río Fuerte en la estación Huites:

A = 26 020 km2; ΔH = 3 040 m, L = 353 kms.

S = 3 040/353 = 8.61 (al millar); X_a = 85 mm/24 horas (puntual para Tr = 5 años), X_a media = 85 x 0.62 = 52.7 mm/24 horas (media)

El tiempo de concentración, fórmula (*72*)

$$Tc = \left(\frac{0.86 \times 353^2}{8.61}\right)^{0.385} = 37.7 \text{ h}$$

Con la fórmula (*73*):

$$Tc = 0.0003245 \left(\frac{353000}{\sqrt{0.00861}}\right)^{0.77} = 37.8 \text{ h}$$

Fórmula (*74a*):

$$Tc = 0.01 \left(\frac{L}{\sqrt{S}}\right)^{0.64} = 37.3 \text{ h}$$

Fórmula (*75*):

$$Tc = \frac{L^{1.15}}{3085\ H^{0.38}} = 36.9 \text{ h}$$

Se considera Tc = 37.5 h

Como el tiempo de concentración es superior a 24 horas, es necesario estudiar las lluvias de 48 horas para inferir a la de 37.5 horas. De manera aproximada se prolonga la lluvia de 24 horas con una distribución de e = 0.45

De la fórmula (*68*)

$$K = \frac{(1\text{-}e)\ X_{24}}{T_{24}^{\ (1\text{-}e)}} = \frac{0.55 \times 52.7}{24^{0.55}} = 5.05$$

Por lo tanto:

$$X_{37.5} = \frac{5.05 \times 37.5^{0.55}}{0.55} = 67.4 \text{ mm.}$$

Por lo que respecta a pérdidas y retención de la lluvia en la cuenca se tiene:

Evaporación : Considerando un índice de 0.25 mm/hora

$Y_{37.5}$ = 0.25 x 37.5 = 9.4 mm

Absorción (infiltración) : Considerando un índice medio en 24 horas de 1.0 mm/hora y con distribución exponencial de u = 0.45 se tiene:

$$K' = \frac{(1\text{-}u)\ Z_{24}}{T^{1-u}_{24}} = \frac{(1\text{-}0.45)24}{24^{1-0.45}} = \frac{0.55 \times 24}{24^{0.55}} = 2.30$$

Por lo tanto:

$$Z_{39.5} = \frac{2.30 \times 37.5^{\ 0.55}}{0.55} = 30.7 \text{ mm}$$

Por último, el almacenaje en depresiones e interceptaciones m, se estima para esta cuenca en 0.05 por lo tanto el coeficiente de escurrimiento (*fórmula 76*) es:

$$C = \left(1 - \frac{9.4 + 30.7}{67.4}\right)(1\text{-}0.05) = (1\text{-}0.595) \times 0.95 = 0.384$$

El gasto máximo, fórmula (*64*) considerando el parámetro δ de forma triangular:

$$Qmáx = \frac{2 \times 4.384 \times 26020 \times 67.4}{7.2 \times 37.5} = 4988 \text{ m}^3/\text{s}$$

Valor semejante a los obtenidos con el análisis de los datos hidrométricos, que en promedio es de 4 500 m^3/s.

También aplicando la fórmula (*77*) y considerando una N ponderada de 80 para bosque natural ralo y pasto normal y suelo tipo C se tiene:

$$Xe\ (37.5) = \frac{\dfrac{10\left(\dfrac{67.4}{10} - \dfrac{508}{80} + 5.08\right)^2}{10}}{\dfrac{67.4}{10} + \dfrac{2032}{80} - 20.32} = \frac{10 \times 5.492}{11.82} = 25.3 \text{ mm}$$

de donde: $C = 25.3/67.4 = 0.376$

valor semejante al anteriormente calculado.

Modelo Racional de Gregory-Arnold

R.L. Gregory y C.E. Arnold analizaron con detalle el método racional e hicieron investigaciones y comparaciones prácticas para hacer evaluaciones del gasto máximo de una cuenca y su hidrograma, como respuesta al estímulo de una precipitación cubriendo toda la cuenca. Establecieron un modelo matemático en el cual intervienen factores que influyen en la magnitud del gasto máximo y volumen de la creciente. Entre estos factores se tienen las características físicas de la cuenca y del cauce de la corriente y su geometría. En el aspecto climatológico, la magnitud e intensidad de la precipitación y las condiciones previas de humedad de la cuenca.

Desarrollo del modelo

La velocidad media de recorrido del escurrimiento, desde el punto más alejado de la cuenca hasta el sitio de estudio es:

$$Vm = \frac{1000\ (L)}{3600\ (Tc)} = \frac{L}{3.6\ (Tc)}, \text{ en m/s}$$

L = longitud total del colector principal en km.

Tc = tiempo de concentración de la cuenca, hasta el sitio de estudio en horas:

$Tc = \dfrac{L}{3.6\ (Vm)}$ pero además en la ecuación (*69*) sustituyendo Tc

$$I_p = \frac{K}{(1-e)T^e_c} = \frac{K(3.6\ Vm)^e}{(1-e)L^e} \qquad \text{..........(78)}$$

sustituyendo (*78*) en la ecuación básica (*65*) sin la constante δ/7.2 de unidades y forma de hidrograma que se considera en la fórmula final.

$$Qmáx = C\ A\ I_p = \frac{CAK\ (3.6\ Vm)^e}{(1-e)\ L^e} \qquad \text{..........(79)}$$

También de la (*69*)

$$K = Ip\ (1-e)\ T^e c \qquad \text{..........(80)}$$

y la velocidad expresada por la fórmula de Chezy:

$$Vm = c\ (rs)^{0.5} \text{ en m/s} \qquad \text{..........(81)}$$

c = coeficiente

r = radio hidráulico en m

s = pendiente del colector en decimal $= \dfrac{S}{1000}$, S al millar.

Sustituyendo (*80*) y (*81*) en (*79*) se tiene:

$$Qmáx = CA\ (3.6)^e\ Ip(1-e)\ Tc^e(c\sqrt{r})e \frac{S^{e/2}}{(1000)^{e/2}\ (1-e)L^e}$$

$$Qmáx = (3.6)^e\ .\ C.A\ IpTc^e\ (c\sqrt{r})^e \frac{S^{e/2}}{(1000)^{e/2}\ L^e} \qquad \text{..........(82)}$$

En esta ecuación S es el término que representa la variación de la velocidad, así como $(c\sqrt{r})^e$ la forma y condición del colector. La fórmula de Kutter para definir el valor de c es la más usada teniendo en cuenta su adaptabilidad a todas las formas y condiciones del cauce, lo cual ofrece una base práctica para un factor de velocidad variable en las fórmulas de escurrimiento. La velocidad varía inversamente con el tiempo y el factor de velocidad $c\sqrt{r}$ en una fórmula de escurrimiento porta el exponente e del tiempo, variando en la práctica este exponente de 0.3 a 0.8 y el medio es 0.55.

Para visualizar el efecto de la variación de $c\sqrt{r}$ en el gasto, los autores hicieron algunos listados de las "Tablas de Excavación e Hidráulica" del Servicio de Reclamación de los Estados Unidos de Norteamérica y el procedimiento consistió en considerar primero una sección y pendiente dadas del cauce, así como, una n de Kutter y se hizo variar el radio hidráulico, seleccionándose la correspondiente velocidad de las tablas de hidráulica y se calcularon los valores de área de la sección $c\sqrt{r}$, $(c\sqrt{r})^{0.5}$ y el gasto Q.

Encontraron los autores que para cualquier forma dada de cauce, con una pendiente S y n de Kutter, la relación $(c\sqrt{r})^{0.5}/Q^{1/8}$ permanecía prácticamente constante para todos los valores de $c\sqrt{r}$ superiores de 28 a 33 ó más, es decir:

$$(c\sqrt{r})^{0.5} = NQ^{1/8} \quad \text{..........(83)}$$

donde N representa una constante.

La experimentación más reciente mostró que la fórmula de Kutter tiene error para secciones muy pequeñas. Para seleccionar los valores de N de la ecuación (*83*), se eligieron de las tablas de hidráulica mencionadas, radios hidráulicos que proporcionaron valores $c\sqrt{r}$ mayores de 33; luego se calcularon las velocidades medias para las secciones muy pequeñas, las cuales se aproximaron más en promedio a las de reciente experimentación que aquéllas dadas por el uso de la fórmula de Kutter.

La ecuación (*83*) ofrece una buena base por obtener el factor variable de velocidad, representado por la forma y condición del cauce principal de escurrimiento.

En la ecuación (*82*) y de acuerdo a la (*83*) se tiene:

$$c\sqrt{r} = N^2 Q^{1/4}$$

pero el término $c\sqrt{r}$ en dicha ecuación, representa el valor medio de $c\sqrt{r}$ determinado por la velocidad media del agua en su curso desde la parte más lejana de la cuenca hasta el sitio de estudio.

En esta ecuación entonces:

$$c\sqrt{r} = P\,N^2\,Q^{1/4}$$

y también:

$$(c\sqrt{r})^e = P^e\,N^{2e}\,Q^{e/4} \quad \text{..........(84)}$$

Sustituyendo (*84*) y la pendiente S, por la equivalente o ponderada Sp.

$$Q_{máx} = \frac{(3.6)^e}{(1000)^{e/2}}\,C\,A\,Ip\,Tc^e\,P^e\,N^{2e}\,Q^{e/4}\,\frac{Sp^{e/2}}{L^e} \quad \text{..........(85)}$$

De la ecuación (*83*)

$$N = \frac{(c\sqrt{r})0.5}{Q1/8} \text{ esto es } N \propto \frac{1}{Q^{1/8}}, \text{ pero}$$

$Q = a.\,c\sqrt{rs}$ así por lo tanto, Q, para un canal dado puede considerarse que varía directamente con la raíz cuadrada de S, ya que el valor de c varía ligeramente con el cambio de pendiente.

$$c\sqrt{r} = N^2\,Q^{1/4} = N^2\,(a.c\,\sqrt{rs})^{1/4}$$

$$\therefore\ N^2 = \frac{c\sqrt{r}}{(ac\,\sqrt{rs})^{1/4}} = \frac{(c\sqrt{r})^{3/4}}{a^{1/4}\,s^{1/8}}$$

$$\therefore N = \left[\frac{(c\sqrt{r})^{3/4}}{a^{1/4}}\right]^{0.5} \cdot \left(\frac{1}{S^{1/16}}\right) = \frac{F}{S^{1/16}}$$

F= depende del material y dimensiones del cauce y es una constante para características dadas del mismo.

De donde $N^{2e} = \dfrac{F^{2e}}{S^{e/8}}$ ....(86)

Sustituyendo (*86*) en la (*85*) y pasando $Q^{e/4}$ al primer miembro de la ecuación se tiene:

$$Q_{máx}^{1-e/4} = \frac{(3.6)^{e}}{(1000)^{e/2}} C\ A\ Ip\ Tc^{e}\ P^{e}\ F^{2e} \frac{Sp^{3e/8}}{Le} \quad \text{.........(87)}$$

Si se hace: $g = \dfrac{1}{4 - e}$ ....(88)

$$\therefore 4g = \frac{1}{1 - e/4}$$

Elevando ambos miembros de la ecuación (87) a 4g y afectándola por el parámetro (δ/7.2) de unidades y forma del hidrograma, se tiene:

$$Qmáx = \left(\frac{\delta}{7.2}\right) \frac{(3.6)^{4eg}}{(1000)^{2eg}} \left(\frac{P}{L}\right)^{4eg} (T_c)^{4eg} (C.A.Ip)^{4g} (F)^{8eg} (Sp)^{1.5eg}$$

..........(89)

La ecuación (*89*) es la expresión general matemática del modelo para el Qmáx en una cuenca. Todas las variables se han definido excepto la P, F y S_P para la cuales se da continuación la manera de terminarse.

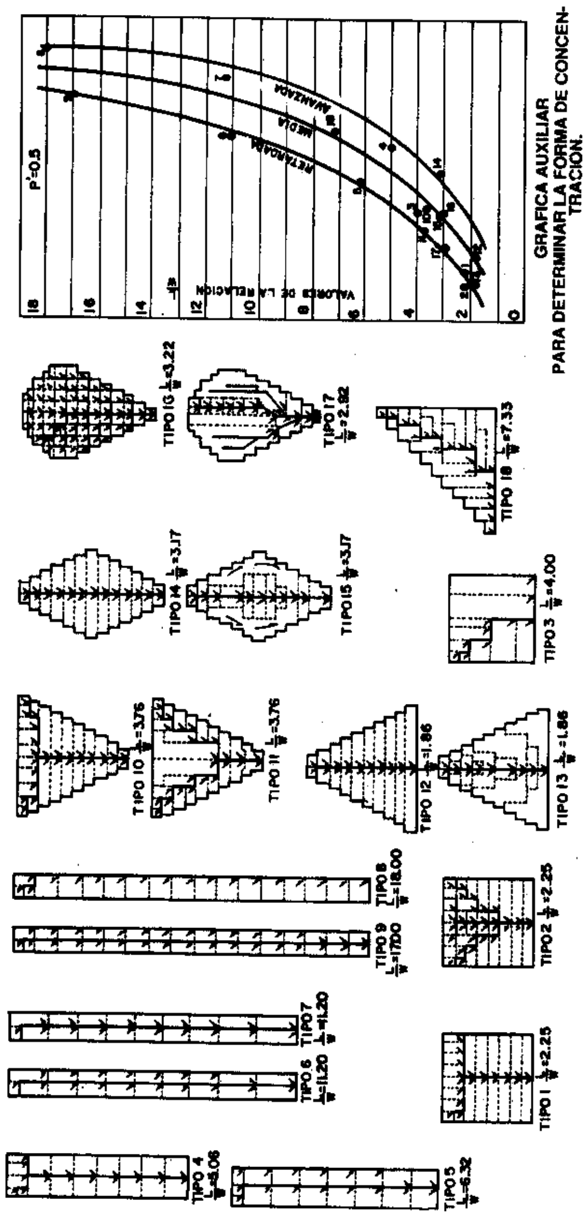
El parámetro P es un índice que depende de la geometría de la cuenca y su manera de concentrar. Los autores proporcionan el *Cuadro No. 12* de donde se puede seleccionar, con auxilio de las gráficas que se encuentran en la *Figura No. 4.*

Cuadro No. 12

Valores del parámetro P

Relación largo al ancho de L/W	Precipitación uniforme e = 0			Precipitación variable e ≠ 0		
	Tipo de concentración de la cuenca					
	Retar-dada	Media	Avan-zada	Retar-dada	Media	Avan-zada
2	0.42	0.44	0.47	0.47	0.49	0.52
3	0.44	0.47	0.49	0.50	0.53	0.56
4	0.46	0.49	0.51	0.53	0.55	0.58
6	0.48	0.51	0.54	0.56	0.58	0.61
8	0.50	0.53	0.57	0.58	0.61	0.64
12	0.53	0.56	0.60	0.61	0.64	0.67
16	0.56	0.59	0.62	0.64	0.67	0.70

FIGURA No.4
FORMAS TIPICAS DE CUENCAS Y SU MODO DE CONCENTRACION



El parámetro F es un índice que varía con la forma y condición física del cauce y su valor puede seleccionarse con auxilio de los *Cuadros Nos. 13 y 14.*

Por lo que respecta a la pendiente ponderada o equivalente S_p, los autores recomiendan usar la fórmula siguiente:

$$Sp = \frac{\dfrac{L1}{A1^{1/4}} + \dfrac{L2}{A2^{1/4}} + \ldots + \dfrac{Ln}{An^{1/4}}}{\dfrac{L1}{A1^{1/4}S1^{1/2}} + \dfrac{L2}{A2^{1/4}S2^{1/2}} + \ldots + \dfrac{Ln}{An^{1/4}Sn^{1/2}}} \qquad \ldots\ldots\ldots(90)$$

En la cual : L_1, L_2, L_n = longitud de tramos del colector en km; A_1, A_2 .. A_n = áreas parciales de cuenca en km^2 y S_1, S_2...S_3 pendientes parciales del colector en tramos primero, segundo...enésimo, expresadas al millar o sea la relación del desnivel en metros a la longitud en km.

Aplicación

Se hará al río Fuerte hasta Huites en forma total y no por partes.

Datos básicos:

δ	=	2.00 (hidrograma triangular)
C	=	0.376 (obtenido previamente)
A	=	26020 km^2
L	=	352.5 km
Tc	=	37.5 horas (supuesta)
Xc	=	64.0 mm

$$Ip = \frac{Xc}{Tc} = \frac{64}{37.5} = 1.707 \text{ mm/hora}$$

Sp = 4.88 al millar

Cuadro No.13

Valores del coeficiente de rugosidad n de Horton, para usarse en las fórmulas de Manning y Kutter en cauces de corrientes naturales

Condición de la superficie	Muy buena	Buena	Regular	Mala
(1) Limpio, riberas rectas, embalse completo, sin grietas o pozas profundas.	0.025	0.027	0.030	0.033
(2) Semejante al (1) pero con algunas hierbas y piedras	0.030	0.033	0.035	0.040
(3) Sinuoso, algunas pozas y bancos de arena, limpios	0.033	0.035	0.040	0.045
(4) Semejante a (3) con algunas hierbas y piedras	0.035	0.040	0.045	0.050
(5) Semejante a (3) con embalses bajos, secciones y pendientes más inefectivas	0.040	0.045	0.050	0.055
(6) Igual a (5) con secciones pedregosas	0.045	0.050	0.055	0.060
(7) Ríos de orillas lentas o inactivas, algo de hierbas o con pozas muy profundas	0.050	0.060	0.070	0.080
(8) Ríos de orillas con mucha maleza	0.075	0.100	0.125	0.150

Cuadro No. 14

Valores del factor F (índice de las condiciones del cauce) para secciones abiertas con paredes inclinadas

Talud	Ancho fondo a altura	Valores de n 0.025	0.030	0.035	0.040	0.050	0.100
1/2:1	Forma V	3.88	3.64	3.45	3.36	3.19	2.32
	1:1	4.07	3.81	3.61	3.52	3.34	2.43
	2:1	4.05	3.79	3.60	3.51	3.33	2.43
	4:1	3.96	3.71	3.52	3.43	3.25	2.37
	8:1	3.78	3.55	3.37	3.29	3.12	2.27
	16:1	3.56	3.33	3.16	3.08	2.92	2.13
	30:1	3.34	3.13	2.96	2.89	2.74	2.00
	100:1	2.89	2.71	2.57	2.51	2.38	1.73
1:1	Forma V	3.99	3.74	3.55	3.46	3.28	2.39
	1:1	4.04	3.78	3.58	3.49	3.31	2.42
	2.1	4.01	3.75	3.56	3.47	3.29	2.40
	4.1	3.91	3.67	3.47	3.38	3.21	2.35
	8:1	3.75	3.52	3.34	3.26	3.09	2.24
	16:1	3.55	3.31	3.15	3.07	2.91	2.12
	30:1	3.31	3.11	2.95	2.88	2.73	1.98
	100:1	2.89	2.72	2.57	2.51	2.38	1.73
2:1	Forma V	3.88	3.64	3.45	3.36	3.19	2.32
	1:1	3.88	3.64	3.45	3.36	3.19	2.32
	2:1	3.86	3.62	3.44	3.35	3.18	2.32
	4.1	3.80	3.56	3.38	3.29	3.12	2.27
	8.1	3.67	3.43	3.26	3.18	3.02	2.21
	16.1	3.50	3.27	3.11	3.03	2.88	2.10
	30.1	3.29	3.08	2.92	2.85	2.70	1.97
	100:1	2.88	2.70	2.56	2.50	2.37	1.73
3:1	Forma V	3.74	3.52	3.33	3.25	3.08	2.24
	1:1	3.74	3.52	3.33	3.25	3.08	2.24
	2:1	3.73	3.49	3.31	3.23	3.06	2.23
	4:1	3.69	3.45	3.28	3.20	3.03	2.21
	8:1	3.58	3.36	3.19	3.11	2.95	2.16
	16:1	3.45	3.23	3.06	2.98	2.83	2.06
	30:1	3.27	3.06	2.91	2.84	2.69	1.95
	100:1	2.86	2.69	2.55	2.49	2.36	1.72

Determinación de P (índice de geometría y forma de concentrar de la cuenca).

$$\frac{L}{W} = \frac{\text{Longitud}}{\text{ancho}} = \frac{L}{\frac{A}{L}} = \frac{L^2}{A} = \frac{352.5^2}{26020} = 4.8$$

Concentración media cuenca tipo 10 (ver *Figura No. 4*)

Por lo tanto, del *Cuadro No. 12* y para e variable, se obtiene P = 0.562.

Determinación de F (índice de las condiciones y forma del cauce):

El cauce esta encañanando y es una cuenca grande, se considera talud 2:1, relación ancho a altura 16 por 1 y para n = 0.045 se tiene del *Cuadro No. 14*, F = 2.95.

Para un valor de e = 0.50

$$g = \frac{1}{4-0.50} = \frac{1}{3.50} = 0.2857$$

4g	=	1.1428
2eg	=	0.2857
4eg	=	0.5714
8eg	=	1.1428
1.5eg	=	0.2143

Cálculos:

2/7.2 = 0.2778

$$(3.6)^{4eg} = (3.6)^{0.5714} = 2.0791$$

$$(1000)^{2eg} = (1000)^{0.2857} = 7.1961$$

$$(P/L)^{4eg} = \left(\frac{0.562}{352.5}\right)^{0.5714} = 0.0252$$

$$(Tc)^{4eg} = (37.5)^{0.5714} = 7.9323$$

$$(CAI_p)^{4g} = (0.376 \times 26020 \times 1.707)^{1.1428} = 66947.49$$

$$(F)^{8eg} = (2.95)^{1.1428} = 3.4428$$

$$(Sp)^{1.5\,eg} = (4.88)^{0.2143} = 1.4045$$

Sustituyendo valores en la ecuación (*89*):

$$Qmáx = \frac{0.2778 \times 2.0791 \times 0.0252 \times 7.9323 \times 66947.49 \times 3.4428 \times 1.4045}{7.1961} = 5193\ m^3/s$$

Semejante a los obtenidos por otros métodos:

Comprobación con la fórmula básica:

$$Qmáx = \frac{2 \times 0.376 \times 1.707 \times 26020}{7.2} = 4639\ m^3/s$$

Es pequeña la diferencia y para que se igualen se hacen otras iteraciones modificando el tiempo de concentración, reduciendo el Tc para que aumente el Qmáx, en la fórmula básica y tienda a igualarse con el nuevo, calculado con la fórmula Gregory Arnold el cual varía ya poco.

Hidrograma.- Para definir el hidrograma de la avenida se puede seguir el procedimiento siguiente:

En una cuenca grande como ésta en la cual el Tc es mayor de 24 horas, se considera necesario analizar las precipitaciones de 48 horas o cuando menos la correpondiente al tiempo de concentración.

Para definir unos dos puntos en la rama de ascenso (además del origen y del pico) se divide la cuenca en tres subcuencas localizando dos sitios estratégicos, hasta los cuales se calculan las áreas de cuenca partiendo del origen hasta los sitios y sus pendientes equivalentes. Se observa si es necesario modificar los valores de P y F o dejar los mismos.

Calcular el nuevo Tc provisional con alguna de las fórmulas mencionadas y determinar las nuevas Xc y Ip. Aplicar la fórmula de Gregory-Arnold y hacer las iteraciones convenientes.

Para definir puntos en el descenso, si se prolongó la tormenta un tiempo mayor que Tc, se determinará la $X_{p2} - X_{p1}$ y la $Ip_{(2-1)}$ para un tiempo igual al Tc pero en tiempos $T_2 - T_1 = Tc$ de manera de ir recorriendo el tiempo hasta que T_2 corresponda al final de la tormenta. Más allá de este punto cesa la precipitación y el escurrimiento en el sitio proviene de la concentración del existente en la cuenca hasta llegar a cero ó un gasto base.

Esta rama de descenso tiene una duración en general mayor de Tc que se puede definir con el volumen total de la avenida.

Otra forma es seguir determinando los gastos con la fórmula de Gregory- Arnold para $T_2 - T_1 = Tc$ prolongando la curva de precipitación aunque sea nula y hasta cuando para una $T_2 - T_1 = Tc$ sea $X_{p2} - X_{p1} = 0$ y el gasto nulo o el base.

Otros planteamientos

a. Método de Chow

El modelo propuesto por Ven Te Chow se basa en el concepto del hidrógrafo unitario y del sintético y es aplicable a una cuenca pequeña en la cual el escurrimiento es sensible a lluvias intensas y de corta duración

y donde predominan las características físicas de la cuenca con respecto a las del cauce. La cuenca pequeña puede variar desde unos cuantos kilómetros cuadrados de extensión hasta un límite que Chow considera de 250 km^2. El escurrimiento está gobernado por tres tipos de factores: climatológicos, físicos y geométricos de la cuenca.

El primero incluye principalmente la lluvia y la evapotranspiración. El segundo, se refiere a las características físicas de la cuenca y del cauce (infiltración) y el tercero, las geométricas como área, pendiente, etc.

Chow plantea que el gasto pico del escurrimiento directo de una cuenca por efecto de una lluvia, puede calcularse como el producto de lluvia en exceso por el gasto pico de un hidrograma unitario (m^3/s cm):

$$Q_p = q_p \cdot P_e \qquad \text{..........(91)}$$

Considerando una lluvia en exceso igual a 1 cm en d horas y un área de cuenca de A en km^2, el equilibrio de escurrimiento o gasto correspondiente será igual a 2.78 A/d (m^3/s cm). La relación del gasto pico del hidrográfo unitario q_p a 2.78 A/d, se define como factor Z de reducción del pico.

$$Z = \frac{q_p \cdot d}{2.78_A} \qquad \text{..........(92)}$$

De donde:

$$q_p = \frac{2.78\, A \cdot Z}{d} \qquad \text{.........:(93)}$$

Sustituyendo (*93*) en (*91*):

$$Q_p = \frac{2.78\ A \cdot Z \cdot Pe}{d} \qquad \text{..........(94)}$$

El factor:

$$\frac{2.78\ Pe}{d}$$

puede reemplazarse por el producto de dos factores: X y Y. El factor X de escurrimiento expresado por:

$$X = \frac{Peb}{d} \qquad \text{..........(95)}$$

El factor climático es Y. Considerando que este factor se puede expresar por:

$$Y = 2.78 \frac{P}{Pb} \qquad \text{..........(96)}$$

Por lo cual la ecuación (*94*) queda:

$$Q_p = A \cdot X \cdot Y \cdot Z. \qquad \text{..........(97)}$$

Si el gasto base en el tiempo del gasto pico es Qb, entonces el de diseño es;

$$Q_d = Q_b + Q_p \qquad \text{..........(98)}$$

Los factores que influyan en el escurrimiento en este método son de dos grupos. Uno que afecta directamente a la cantidad de lluvia en exceso o escurrimiento directo Pe y Peb, el cual consiste principalmente en el uso del suelo, condiciones de la superficie, tipo de suelo, humedad previa en el mismo y la cantidad y duración de la lluvia. La lluvia en exceso puede determinarse por la ecuación (*77*) como ya se explicó pero está dada en mm, por lo que es necesario cambiarla a cm que es la unidad que se usa en este método.

El otro grupo afecta la magnitud y distribución del escurrimiento e incluye el tamaño y la forma de la cuenca, la pendiente del cauce y el efecto de la retención del flujo medio del tiempo de retraso. Esta distribución del escurrimiento directo está expresada en términos del hidrograma unitario de la cuenca, el cual se define como el hidrograma del escurrimiento directo resultante de 1 cm., de lluvia en

exceso cubriendo uniformemente toda el área toda el área de la cuenca; por lo que la cantidad total también es uniforme en la cuenca durante un período específico de tiempo o duración de la lluvia.

Factor de escurrimiento X (ecuación 95)

Para calcular el factor X, se requiere conocer de la estación base donde se tiene pluviógrafo, la Pb para una duración d horas y con la ecuación (77) se determina Peb. La Pb previamente se calcula de un análisis climático, asociando la duración d y el período de retorno. Se hace para varias duraciones d de la lluvia y se calculan varias X.

Factor climático, Y (ecuación 96)

Toma en cuenta, por una parte, la forma como se distribuye el escurrimiento y por otra, el hecho de que el sitio donde se quiere valuar el gasto está alejado de la estación base. Sirve para transportar la tormenta. Se puede calcular P y Pb en 24 horas y para el mismo período de retorno.

Factor de reducción del pico, Z (ecuación 92)

El factor Z, es la relación entre el gasto pico de un hidrograma unitario debido a una lluvia de duración dada d y el escurrimiento de equilibrio, o sea, el escurrimiento de la misma intensidad de lluvia pero de duración infinita.

El valor de Z se puede determinar como una función de relación, entre la duración de la tormenta d y el tiempo de retraso tr, el cual se define como el intervalo de tiempo medido del centro de masa de un bloque de intensidad de lluvia, al pico resultante del hidrograma. Para un hidrograma unitario instantáneo, o sea un hidrograma hipotético, cuya duración de lluvia en exceso se aproxima a cero como un límite, mientras se mantiene fija la cantidad de lluvia en exceso igual a 1 cm., el tiempo de retraso es igual al tiempo de pico del escurrimiento. El tiempo de retraso no corresponde exactamente al tiempo de concentración, o sea el requerido por el escurrimiento superficial, para llegar de la parte más remota de la cuenca al punto en estudio. Para cuencas de gran tamaño y configuración de drenaje complejo, en algunos casos, el escurrimiento originado en la parte más remota de la cuenca, llegará tarde para contribuir al pico del flujo. Por lo que en general, el tiempo de retraso es menor que el tiempo de concentración para una cuenca grande. Para cuencas pequeñas y de configuración de drenaje sencillo, el tiempo de retraso se aproxima mucho al de concentración.

Por otra parte el tiempo de retraso depende principalmente de la forma del hidrograma y de las características físicas y geométricas de la cuenca y es independiente de la duración de la lluvia. Chow para la zona de estudio encontró que el tiempo de retraso se puede calcular por:

$$tr = 0.00505 \left(\frac{L}{\sqrt{S}}\right)^{0.64} \quad \text{..........(99)}$$

tr = tiempo de retraso en horas, en cuencas pequeñas ≅ Tc

L = longitud del cauce principal, en m

S = pendiente media del cauce, en porcentaje

También el Bureau of Reclamation ha propuesto:

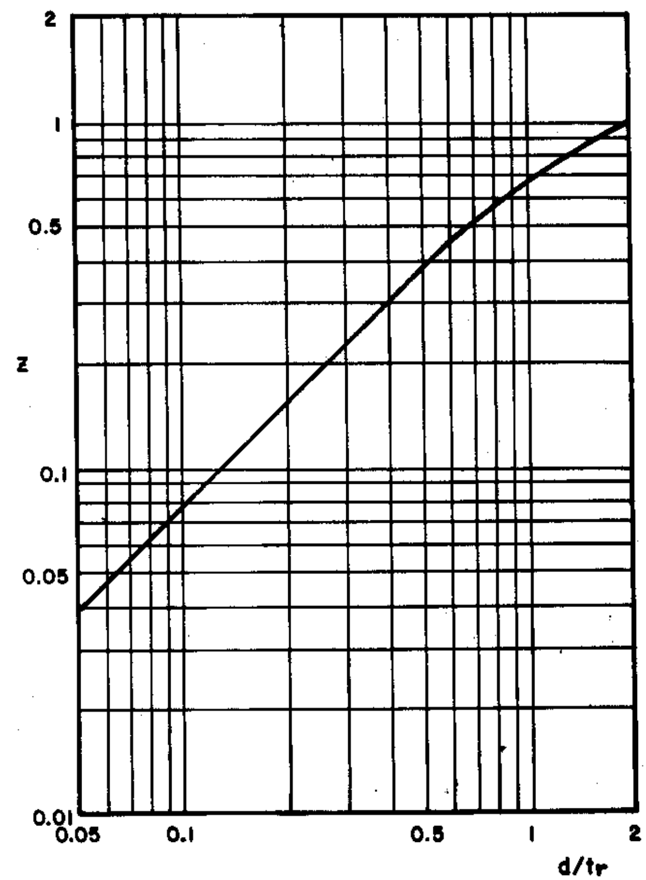
t_r = 0.6 Tc, en cuencas grandes ....(100)

Conocido tr de la cuenca de estudio, para cada duración de tormenta se puede calcular por medio de la relación d/t_r la Z obtenida por Chow que se muestra en la *Figura No. 5*.

Teóricamente d no puede ser mayor que 2 t_r, ya que el gasto del pico ocurrirá antes de que termine la lluvia de exceso.

Si d ≥ 2 tr el hidrograma unitario alcanzará y mantendrá un máximo valor. Es decir, Z = 1 para d/tr = 2.

FIGURA No.5
RELACION ENTRE Z Y d/tr



Aplicación

Este método es útil para cuencas pequeñas, por lo cual no se aplicará a la cuenca del río Fuerte en Huites. Se utilizarán datos supuestos y se enfocará a determinar sólo el gasto máximo, estando la magnitud de la lluvia supeditada al tiempo de concentración.

Datos:

$A = 250\ km^2$

$L = 25\ km = 25\,000\ m$

$S = 2\%$

tr (tiempo de retraso) $= 0.00505\ (\frac{25000}{\sqrt{2}})0.64 = 2.6\ h$

Considerando $d/t_r = 2;\ Z = 1$

De donde: $d = 5.2\ h$ (igual al tiempo de concentración).

Considerando:

P = magnitud de lluvia en la cuenca para 5.2 h = 80 mm = 8.0 cm

P_b = magnitud de lluvia en la estación base en 5.2 h = 95 mm = 9.5 cm

De donde:

$$Y = 2.78 \frac{P}{P_b} = 2.78 \frac{8.0}{9.5} = 2.34$$

Suponiendo que después de aplicar la ecuación (72) se obtuvo:

$P_{eb} = 40\ mm = 4.0\ cm$

De donde:

$$X = \frac{P_{ab}}{d} = \frac{4.0}{5.2} = 0.77$$

De donde:

$Qp = A \cdot X \cdot Y \cdot Z = 250 \times 0.77 \times 2.34 \times 1.00 = 450\ m^3/s$

Si el gasto base es: $Q_b = 10\ m^3/s$

$Qd = Q_b + Q_p = 460\ m^3/s$

En el caso que:

$P = P_b\ ;\ Pe = P_{eb}\ ;\ Y = 2.78$

lo cual en cuencas pequeñas es muy factible, por la información climatológica disponible.

Por otra parte se pueden calcular gastos para diferentes duraciones d de la lluvia menor que $2t_r$ y en ese caso $z<1$ y el gasto Q_p es menor, ya que la lluvia cesa antes de que toda la cuenca contribuya a generar el gasto máximo. En esta forma puede generarse la rama de ascenso del hidrograma.

Por el contrario si la duración es mayor que $2t_r$ el gasto máximo teóricamente se sostendrá en el lapso $(d-2t_r)$ si la lluvia es uniforme o bajaría a si es del tipo exponencial en el que $e \neq 0$. Podría así también determinarse la rama de descenso del hidrograma.

b. Método del Almacenamiento Lineal

Se parte también del marco conceptual de lluvia efectiva o en exceso, o sea aquella lluvia capaz de producir escurrimiento superficial, una vez disminuidas las pérdidas a que se ha hecho mención en el modelo racional.

Considerando una lluvia efectiva de intensidad constante y duración indefinida que cubre uniformente la cuenca de una corriente, el gasto de escurrimiento directo a la salida de la cuenca, tendería a igualar al volumen llovido efectivo por unidad de tiempo, alcanzando un gasto de equilibrio Qe con significado semejante al gasto máximo del método racional.

Sin embargo, considerando el caso general de que la duración de la tormenta no es suficiente para inducir un gasto de magnitud cercana al gasto de equilibrio, el gasto máximo de una avenida por escurrimiento directo puede expresarse como:

$$Qmáx = Z \cdot Qe \qquad ....(101)$$

siendo Z un parámetro menor de la unidad.

Considerando la hipótesis de que el volumen V retenido en la cuenca, varía proporcionalmente al gasto de salida Q, el parámetro Z puede obtenerse combinando la expresión V = KQ (almacenamiento lineal) con la ecuación diferencial del almacenaje, resultando:

$$Z = 1 - (e)^{-\frac{Te}{K}} \qquad ....(102)$$

Donde:

e	=	base de los logaritmos naturales = 2.7183
Te	=	duración de la lluvia efectiva en horas
K	=	constante de almacenaje de la cuenca

Al considerar el comportamiento de la cuenca como un almacenamiento lineal, implícitamente se obliga a que la respuesta de la cuenca sea instantánea, con gasto máximo en el momento en que la lluvia termina.

Sin embargo, la respuesta de la cuenca real no es instantánea, mediando generalmente un tiempo entre el final de la lluvia efectiva y la presencia del gasto pico. Para tener en cuenta este retraso, puede definirse un gasto Qo, inferior al de equilibrio, pero que se mantenga constante durante un tiempo T_p, contando desde que comienza el escurrimiento hasta que se presenta el gasto pico Qp.

Para que Qo tenga una función semejante a la del gasto de equilibrio en almacenamientos con respuesta instantánea, el producto $Q_o \cdot T_p$ debe ser igual al volumen escurrido, es decir, al producto de la intensidad de la lluvia efectiva por su duración y por el área de la cuenca afectado por un coeficiente μ de ajuste de unidades:

$$Q_o \cdot T_p = \mu \cdot A \cdot Ie \cdot Te$$

Despejando Q_o se tiene:

$$Q_o = \frac{\mu \cdot A \cdot Ie \cdot Te}{Tp} \qquad ....(103)$$

El significado de las expresiones anteriores se muestra en la *Figura No. 6*, cuando se tiene en cuenta el retraso del pico del hidrograma respecto a la terminación de la lluvia. Se ha utilizado la notación Q_p para denotar el gasto pico máximo.

De acuerdo a los razonamientos anteriores puede escribirse finalmente la siguiente expresión:

$$Q_p = Z \cdot Q_o = (1 - e^{-\frac{Tp}{K}}) \cdot Q_o \qquad ....(104)$$

Las expresiones (*103*) y (*104*) constituyen el modelo propuesto para calcular el valor del gasto máximo aportado por la cuenca.

Una vez determinado el gasto máximo y el tiempo de pico (concentración), el hidrograma de la avenida puede estimarse fácilmente por las relaciones siguientes:

$$Q = Q_o\,(1-e)^{-\frac{T}{K}} \quad \text{para: } 0 \leq T \leq Tp \qquad ....(105)$$

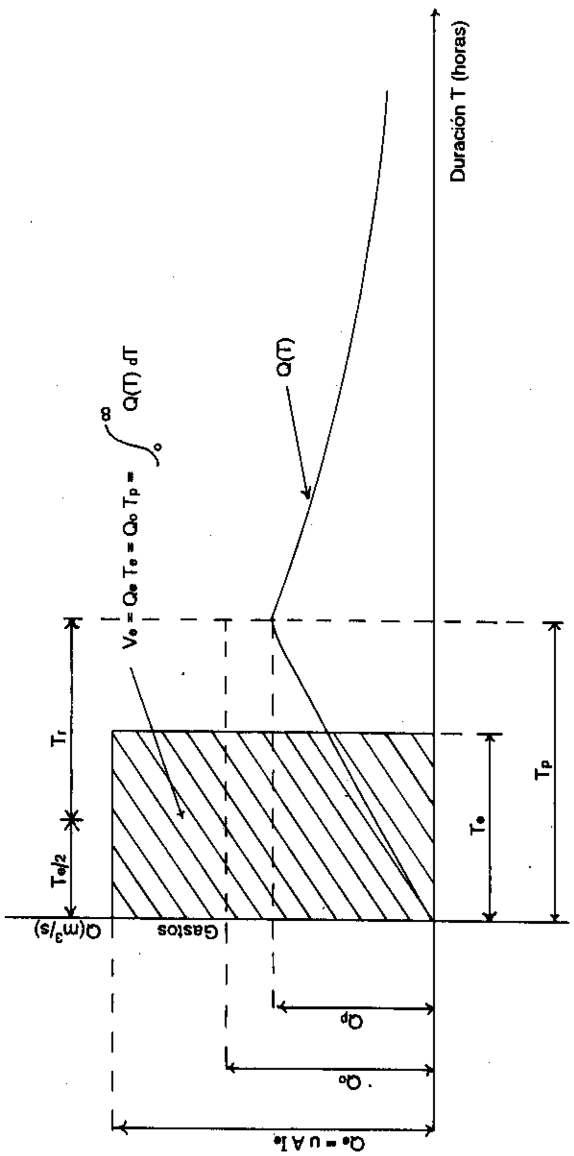


FIGURA No.6
SIGNIFICADO ENTRE LOS ELEMENTOS DE UNA TORMENTA Y LA AVENIDA GENERADA EN EL METODO DEL ALMACENAMIENTO LINEAL

$$Q = Q_o^{\,-\frac{T - Tp}{K}} \qquad \text{para: } Tp \le T < \infty \qquad \text{..........(106)}$$

Con estas expresiones puede calcularse el gasto instantáneo Q, para cualquier tiempo T. La ecuación (*105*) proporciona la variación del hidrograma en su rama ascendente y la (*106*) en la descendente o de receso.

Para la aplicación del modelo propuesto es necesario determinar los parámetros que intervienen, para lo cual se hacen algunas hipótesis que difieren algo de las consideradas en el método racional.

Intensidad, duración y período de retorno de la lluvia efectiva.

En general, las tormentas no tienen una distribución uniforme en el tiempo y espacio, lo cual puede confirmarse con el registro pluviográfico de alguna estación en la cuenca, sin embargo, durante la tormenta y dentro de límites de precisión aceptables, puede considerarse una capacidad de infiltración constante, IØ, que tiene relación con la lámina de infiltración potencial total.

La lámina de infiltración potencial total $Ø_p$ puede calcularse a partir del número de escurrimiento N, según el criterio del Servicio de Conservación del Suelo de los Estados Unidos de Norteamerica, con la expresión:

$$Ø_p = Xa - Xe = Xa - \frac{10\left(\frac{Xa}{10} - \frac{508}{N} + 5.08\right)^2}{\frac{Xa}{10} + \frac{2032}{N} - 20.32} \qquad \text{......(107)}$$

en que $Ø_p$ está en milímetros. El número N puede obtenerse de los tipos de suelos y su uso actual con auxilio de los *Cuadros Nos. 9, 10 y 11* ya consignados. La lluvia Xa es dato y la lluvia efectiva Xe corresponde al segundo término de *(107)* o sea a la ecuación *(77)* ambas en mm.

El valor del índice de infiltración media $I_\varnothing$ se estima a falta de mejor información, con la expresión:

$$I_\varnothing = \frac{\varnothing p}{T} \qquad \text{..........(108)}$$

en que $I_\varnothing$ está dada en mm/hora.

La intensidad de precipitación efectiva resulta:

$$I_e = I_a - I_\varnothing = \frac{Xa - \varnothing p}{T} \qquad \text{..........(109)}$$

en mm/h.

Asi fue definido un hietograma de precipitación efectiva, de forma rectangular con base Te y altura I_e, obtenidas con las fórmulas anteriores.

Tiempo del gasto pico máximo

El gasto máximo de una avenida de escurrimiento directo ocurre cuando ha transcurrido un "tiempo de pico" T_p, contando desde la iniciación de la lluvia efectiva.

Considerando el hietograma de lluvia efectiva rectangular y llamando "tiempo de retraso" T_r, al que media entre su centroide y el pico del hidrograma, puede escribirse:

$$T_p = T_r + \frac{Te}{2}, \text{ en h.} \qquad \text{..........(110)}$$

Para estimar el valor de T_r puede emplearse la fórmula deducida por Taylor y Schwarz para algunas cuencas de la vertiente del pacífico de los E.U.

$$T_r = \frac{0.6\,(e)^{m \cdot Te}}{\sqrt{s}}, \text{ en h.} \qquad \text{..........(111)}$$

Donde:

e = base de los logaritmos naturales (Nepereanos) = 2.7183

s = la pendiente equivalente o media, en decimal del colector principal, la que puede calcularse por la fórmula (90) ó también por la propuesta por Taylor y Schwarz:

$$S = \left[\frac{n}{\frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{S_n}}}\right]^2 \qquad \text{..........(112)}$$

en la que S_1, S_2, ..S_n, son las pendientes de cada tramo de los n iguales en que se divide la longitud del colector, calculadas como el cociente del desnivel entre la longitud. El factor "m" exponente se calcula con la fórmula:

$$m = \frac{0.298}{(L \cdot Lc)^{0.36}} \qquad \text{..........(113)}$$

en que L es la longitud del cauce principal y Lc es la distancia media desde el punto del cauce más cercano al centroide de la cuenca hasta el sitio de estudio, expresadas en kilométros.

Constante de almacenaje

El valor de la constante de almacenaje K de una cuenca, se puede determinar mediante el análisis de la curva de recesión de los hidrogramas registrados en el sitio de estudio, si se tienen. En caso contrario, según Linsley, Kohler y Paulhus, K es del orden de la magnitud del tiempo de retraso, es decir:

$$K \cong Tr \qquad \text{..........} (114)$$

Otros parámetros

El área A de la cuenca se puede obtener de planos topográficos y si se expresa en kilómetros cuadrados y la intensidad de lluvia efectiva Ie en mílimetros/hora, el coeficiente de ajuste de unidades μ es igual 1/3.6 = 0.278 y la fórmula del gasto resulta:

$$Q_o = \frac{A \cdot Ie \cdot Te}{3.6\ Tp}, \ (m^3/s) \qquad \text{..........} (115)$$

Tiempo de traslación de las crecientes.- Cuando la cuenca tiene una gran extensión, puede dividirse en varias subcuencas, cuyas condiciones hidrológicas se analizan por separado para posteriormente integrarse hasta el sitio de estudio teniendo en cuenta su tiempo de traslado.

La determinación del tiempo de traslación de las crecientes puede hacerse con la conocida expresión empírica propuesta por Rowe (*72*) para el cálculo de tiempos de concentración; ya que la definición clásica del tiempo de concentración, justifica técnicamente el empleo de esta fórmula para estimar el tiempo recorrido de una avenida. La fórmula es la siguiente equivalente a la (*72*)

$$T_c = 0.944 \frac{L^{1.155}}{(\Delta H)^{0.385}} \qquad \text{..........} (116)$$

en ella, T_c es el tiempo de concentración en horas, L es la longitud de recorrido en kilómetros y ΔH es el desnivel entre los dos sitios expresados en metros.

Aplicación: Río Fuerte en el sitio de Huites:

Datos:

$A = 26\,020\ km^2$

$L = 352.5\ km$

$S_p = 0.0049$

$\Delta H = 3\,040\ m$

$N = 80$

$L_c = 150\ km$

$e = 0.50$

$X_{24} = 50\ mm$

$$K_{24} = \frac{(1-e)\ .\ 24}{T_{241-e}} = \frac{0.50 \times 50}{24^{0.50}} = 5.1$$

Cálculos

$$X_{12} = \frac{5.1 \times 12^{0.5}}{0.5} = 35.3\ mm$$

$$X_{18} = \frac{5.1. \times 18^{0.5}}{0.5} = 43.3\ mm$$

$$X_{24} = \frac{5.1 \times 24^{0.5}}{0.5} = 50.0\ mm$$

$$X_{30} = \frac{5.1 \times 30^{0.5}}{0.5} = 55.9\ mm$$

$$X_{36} = \frac{5.1 \times 36^{0.5}}{0.5} = 61.2 \text{ mm}$$

$$X_{42} = \frac{5.1 \times 42^{0.5}}{0.5} = 66.1 \text{ mm}$$

$$X_{48} = \frac{5.1 \times 48^{0.5}}{0.5} = 70.7 \text{ mm}$$

Lluvia efectiva para diferentes T:

$$Te = 12 \text{ horas: } Xe = \frac{10\left(\frac{35.3}{10} - \frac{508}{80} + 508\right)^2}{\frac{35.3}{10} + \frac{2032}{80} - 20.32} = 5.9;\ Ie = \frac{5.9}{12} = 0.49 \text{ mm/h}$$

T_e = 18 horas: X_e = 9.9 mm I_e = 0.55 mm/h

T_e = 24 horas: X_e = 13.8 mm I_e = 0.58 mm/h

T_e = 30 horas: X_e = 17.5 mm I_e = 0.58 mm/h

T_e = 36 horas: X_e = 21.0 mm I_e = 0.58 mm/h

T_e = 42 horas: X_e = 24.4 mm I_e = 0.58 mm/h

T_e = 48 horas: X_e = 27.7 mm I_e = 0.57 mm/h

Infiltración para diferentes T:

Para 12 horas: $\varnothing_p$ = 35.3 - 5.9 = 29.4 mm : $I_\varnothing = \frac{29.4}{12} = 2.4$ mm/h

Para 18 h: $\varnothing_p$ = 43.3 - 9.9 = 33.4 mm $I_\varnothing$ = 1.86 mm/h

Para 24 h: $\varnothing_p$ = 50.0 - 13.8 = 36.2 mm $I_\varnothing$ = 1.51 mm/h

Para 30 h: $\varnothing_p$ = 55.9 - 17.5 = 38.4 mm $I_\varnothing$ = 1.28 mm/h

Para 36 h: $\varnothing_p$ = 61.2 - 21.0 = 40.2 mm $I_\varnothing$ = 1.11 mm/h

Para 42 h: $\varnothing_p$ = 66.1 - 24.4 = 41.7 mm $I_\varnothing$ = 0.99 mm/h

Para 48 h: $\varnothing_p$ = 70.7 - 27.7 = 43.0 mm $I_\varnothing$ = 0.90 mm/h

Tiempo de retraso:

$$Tr = \frac{0.6\, e^{mTe}}{\sqrt{s}} \quad ; \quad m = \frac{0.298}{(L \cdot Lc)^{0.36}}$$

$$m = \frac{0.298}{(352.5 \times 150)^{0.36}} = \frac{0.298}{50.16} = 0.00594$$

$$Tr(12) = \frac{0.6 \times 2.783^{(0.00594 \times 12)}}{\sqrt{0.0049}} = \frac{0.6\,(2.7183)^{0.0713}}{0.07} = 9.2\,h \cong K_{(12)}$$

$Tr_{(18)}$ = 9.6 h $\cong K_{(18)}$

$Tr_{(24)}$ = 9.9 h $\cong K_{(24)}$

$Tr_{(30)}$ = 10.2 h $\cong K_{(30)}$

$Tr_{(36)}$ = 10.6 h $\cong K_{(36)}$

$Tr_{(42)}$ = 11.0 h $\cong K_{(42)}$

$Tr_{(48)}$ = 11.4 h $\cong K_{(48)}$

Tiempo de picos : $Tp = \frac{Te}{2} + Tr$

$Tp_{(12)} = 6.0 + 9.2 = 15.2$ h

$Tp_{(18)} = 9.0 + 9.6 = 18.6$ h

$Tp_{(24)} = 12.0 + 9.9 = 21.9$ h

$Tp_{(30)} = 15.0 + 10.2 = 25.2$ h

$Tp_{(36)} = 18.0 + 10.6 = 28.6$ h

$Tp_{(42)} = 21.0 + 11.0 = 32.0$ h

$Tp_{(48)} = 24.0 + 11.4 = 35.4$ h

Constante de Almacenaje K

$K_{(12)} = 9.2$ h

$K_{(18)} = 9.6$ h

$K_{(24)} = 9.9$ h

$K_{(30)} = 10.2$ h

$K_{(36)} = 10.6$ h

$K_{(42)} = 11.0$ h

$K_{(48)} = 11.4$ h

Cálculo de gasto Q_o:

$$Q_o = \frac{A \cdot Ie \cdot Te}{3.6}$$

$$Q_{(12)} = \frac{26020 \times 0.49 \times 12}{3.6 \times 15.2} = 2896 \text{ m}^3\text{/s}$$

$Q_{(18)} = 3847$ m^3/s

$Q_{(24)} = 4594$ m^3/s

$Q_{(30)} = 4990$ m^3/s

$Q_{(36)} = 5277$ m^3/s

$Q_{(42)} = 5502$ m^3/s

$Q_{(48)} = 5586$ m^3/s

Tiempo de concentración o traslado:

$$Tc = 0.944 \frac{L^{1.155}}{(\Delta H)^{0.385}} = \frac{0.994 \times 352.5^{1.155}}{3040^{0.385}} = \frac{825.9}{21.9} = 37.7 \text{ hr}$$

Por lo cual interpolando, $Q_o = 5340$ m^3/s

Gasto pico $Qp = Z \cdot Q_o = (1 - e^{-Tp/k}) \cdot Q_o$

$$Qp = (1 - 2.7183^{-29.6/10.8}) \times 5340 = 0.93 \times 5340 = 4966 \text{ m}^3\text{/s}$$

c. Método de I Pal - Wu

Se basa en el modelo lineal propuesto por Nash, que considera el símil de una cuenca con un sistema de "n" vasos lineales iguales, del mismo coeficiente o constante de almacenaje K, colocados en serie.

Se parte de que el volumen almacenado V varía proporcionalmente al gasto de salida Q es decir:

$$V = KQ \quad \text{..........(117)}$$

El gasto que sale de un recipiente lineal, correspondiente a una entrada instantánea es:

$$Q = \frac{V}{3.6\, K} (e^{-T/k}) \quad \text{..........(118)}$$

Para una serie de "n" vasos lineales con igual coeficiente de almacenaje K, el gasto que sale es:

$$Q = \frac{V}{3.6\,K}\;\frac{\left(\frac{T}{K}\right)^{n-1} e^{-T/k}}{\Gamma(n)} \qquad \text{..........(119)}$$

Los parámetros n, K determinan la forma del hidrograma.

El almacenaje, V, en una cuenca real es:

$$V = Xe \cdot A \qquad \text{..........(120)}$$

Si se toma la primera derivada respecto al tiempo de la (*119*) y se iguala a cero se determina del tiempo pico Tp del gasto máximo:

$$T_p = (n-1)\,K \qquad \text{..........(121)}$$

Considerando las ecuaciones (*120*) y (*121*), la (*119*) puede escribirse:

$$\frac{3.6 \cdot Q \cdot Tp}{A \cdot Xe} = \frac{(n-1)\left[\frac{T}{Tp}(n-1)\right]^{n-1} \cdot e^{-\frac{T}{Tp}(n-1)}}{\Gamma(n)} \qquad \text{..........(122)}$$

La ecuación (*122*) es la fórmula general del hidrograma. El miembro de la derecha puede escribirse como una función de n y T es decir f (n·T) y recordando que para T = Tp, Q = Q_p se tiene:

$$\frac{Qp \,.\, Tp}{A \cdot Xe} = \frac{1}{3 \cdot b}\, f\,(n, Tp), \text{ siendo:}$$

$$f\,(n,Tp) = \frac{(n-1)^n\, e^{1-n}}{\Gamma(n)} \qquad \text{..........(123)}$$

Finalmente el gasto máximo:

$$Q_p = \frac{A \cdot Xe}{3.6\;Tp} = f\,(n,Tp)$$

En las ecuaciones (*123*) y (*124*) se tiene:

Q_p	=	gasto máximo, en m^3/s
A	=	área de la cuenca, en km^2
Xe	=	lluvia en exceso para la tormenta en estudio en mm. Se calcula por la ecuación (*77*) propuesta por el Departamento de Conservación de Suelos de los E.U.
Tp	=	tiempo desde el inicio del hidrograma hasta que se presente el gasto máximo, en h.

$\Gamma(n)$ = función gama de (n), Si n es entero y positivo:
$\Gamma(n)$ = (n-1)!

n	=	número de recipientes líneales que simulan la cuenca.

Si "n" no es entero se puede calcular aproximadamente por la fórmula de Stirling:

$$n! \cong \left(\frac{n}{e}\right)^n \,.\, \sqrt{2\pi n}\,\left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} + \ldots\right) \qquad \text{..........(125)}$$

El valor de n se puede determinar de la curva de recesión de los hidrogramas de cuencas semejantes con datos hidrométricos. La curva de recesión comienza desde el momento en que la entrada superficial al colector cesa y el gasto proviene totalmente del agua almalcenada en el mismo.

El coeficiente de almacenaje K se relaciona con las características de la cuenca y se determina con la expresión.

$$K = \frac{T1 - To}{2.3 \log Qo/Q1} \quad \text{..........(126)}$$

donde:

Qo = gasto en m^3/s para el tiempo To sobre la curva de recesión del hidrograma

Q_1 = gasto en m^3/s para el tiempo T_1, sobre la curva de recesión del hidrograma

La curva de recesión de un hidrograma hipotético se expresa como:

$$\frac{K}{Tp} = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{\log\left(\frac{T_0}{T_1}\right)}{\log\left(\frac{Q_0}{Q_1}\right)} \quad \text{..........(127)}$$

Combinando la ecuación (*122*) que define el gasto para cualquier tiempo con la ecuación (*127*) se tiene:

$$\frac{K}{Tp} = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{\log \frac{T_0}{T_1}}{\log \frac{Q_0}{Q_1}} \quad \text{..........(128)}$$

De esta ecuación se puede calcular n:

$$n = \frac{(K + T_p) \log \frac{Qo}{Q1} + T_p \cdot \log \frac{T_o}{T1}}{K \log \frac{Qo}{Q1} + T_p \log \frac{To}{T1}} \quad \text{..........(129)}$$

I-Pai Wu estudió cuales eran los parámetros principales que influían más en la variación de K y T_p, llegando a la conclusión de que eran el área de la cuenca. A, la longitud del colector principal, L y la pendiente de éste, S, llegando a las expresiones siguientes:

$$K = 0.73A^{0.937} \cdot L^{-1.474} \cdot S^{-1.473} \quad \text{..........(130)}$$

$$T_p = 0.93\, A^{1.085} \cdot L^{-1.233} \cdot S^{-0.668} \quad \text{..........(131)}$$

$$n = \frac{4Tp}{K} = 5.1\, A^{0.148} \cdot L^{0.241} \cdot S^{0.805} \quad \text{..........(132)}$$

donde:

A = área de la cuenca en estudio, en km^2

L = longitud del cauce principal, en km

S = pendiente del cauce principal en porcentaje, que se calcula por tramos con la fórmula (112)

Conocido el Q_p, T_p y n, es posible obtener la forma del hidrograma por la expresión:

$$Q = Q_p \left(\frac{T}{T_p}\right)^{n-1} \left[e^{-(n-1)}\right]^{\left(\frac{T}{T_p}-1\right)} \qquad \text{..........(133)}$$

donde Q es el gasto en m^3/s para un tiempo T horas a partir del inicio del hidrograma.

Ejemplo:

Se hará la aplicación a un caso supuesto con los datos siguientes:

$A = 40.0 \ km^2$

$L = 10.0 \ km$

Xa = 60 mm (en 6 h)

Xe = 25 mm (con la fórmula 77)

S = 0.9 %

Cálculos:

$$K = 0.73\,(40.0)^{0.937}\,(10.0)^{-1.474}\,(0.9)^{-1.473} = 0.908$$

$$T_p = 0.93(40.0)^{1.085}\,(10.0)^{-1.233}\,(0.9)^{-0.668} = 3.195$$

$$n = \frac{4 \times 3.195}{0.908} = 14.1$$

Si se considera n = 14

$$f\,(n,Tp) = \frac{(n-1)^n \cdot e^{1-n}}{(n-1)!} = \frac{(13)^{14} \cdot 2.7183^{-13}}{(13)!}$$

$$= \frac{3.937 \times 10^{15}}{4.425 \times 10^5 \times 6.229 \times 10^9} = 1.429$$

Si se considera n = 15:

$$f\,(n.p) = \frac{14^{15} \cdot 2.7183^{-14}}{(14)!} = \frac{1.556 \times 10^{17}}{1.203 \times 10^6 \times 8.718 \times 10^{10}} = 1.484$$

La variación es pequeña y no procede hacer una interpolación, se considera n = 14.

El gasto máximo considerando la Xe correpondiente a la T_p:

$$Xe_{(Tp)} = 25 \frac{3.2}{6} = 13.3 \text{ mm}$$

$$Q_p = \frac{A \cdot Xe}{3.6\ Tp} f\,(n,Tp) = \frac{40.0 \times 13.3}{3.6 \times 3.2} \times 1.429 = 66.0 \ m^3/s$$

Por comparación y considerando el método racional con una distribución de la lluvia e = 0.6 no uniforme (como fue considerada en el método de I-Pai Wu) se tiene: Xe (3.2 h) = 19.4 mm.

$$Q = \frac{40.0 \times 19.4}{3.6 \times 3.2} = 67.4 \ m^3/s$$ semejante a la anterior

En el caso de que T_p sea igual o mayor que la duración de la tormenta se deberá tomar el valor total Xe de la tormenta.

El hidrograma de la avenida se determina con la fórmula (*133*)

Cálculo de algunos puntos. Curva de ascenso

Si T = 2.5 h

$$Q_{2.5} = 66.0 \left(\frac{2.5}{3.2}\right)^{13} (2.7183^{-13})^{\left(\frac{2.5}{3.2}-1\right)} = 46.1 \text{ m}^3/\text{s}$$

Si T = 2.0 h

$$Q_{2.0} = 66.0 \left(\frac{2.0}{3.2}\right)^{13} (2.7183^{-13})^{\left(\frac{2.0}{3.2}-1\right)} = 19.2 \text{ m}^3/\text{s}$$

Si T = 1.5 h

$$Q_{1.5} = 66.0 \left(\frac{1.5}{3.2}\right)^{13} (2.7183^{-13})^{\left(\frac{1.5}{3.2}-1\right)} = 3.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

Curva de descenso

Si T = 4 h

$$Q_{4} = 66.0 \left(\frac{4.0}{3.2}\right)^{13} (2.7183^{-13})^{\left(\frac{4.0}{3.2}-1\right)} = 46.6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Si T = 5 h

$$Q_{5} = 66.0 \left(\frac{5.0}{3.2}\right)^{13} (2.7183^{-13})^{\left(\frac{5.0}{3.2}-1\right)} = 14.6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Si T = 6 h

$$Q_{6} = 66.0 \left(\frac{6.0}{3.2}\right)^{13} (2.7183^{-13})^{\left(\frac{6.0}{3.2}-1\right)} = 2.6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Es conveniente aclarar para la forma del hidrograma, que siendo la duración de la lluvia (6 h) mayor que el tiempo pico T_p (2.3 h) y considerando la lluvia uniforme, se sostiene aproximadamente el gasto máximo de 66.0 m^3/s de las 3.2 a las 6 h y a partir de allí desciende con tiempo de 6.0+(4.0-3.2)=6.8 horas, 7.8 y 8.8 h desde el origen respectivamente.

d. Método del hidrograma unitario triangular

En este método se parte del conocimiento de la magnitud y distribución de la tormenta sobre la cuenca en estudio, ya sea la máxima registrada o la asociada a un período de retorno. Si se cuenta con datos pluviográficos de una serie anual puede calcularse las máximas lluvias anuales para diferentes duraciones y luego asociarles un período de retorno. Lo anterior es muy laborioso y posiblemente la(s) estación(es) con datos no son representativos de las condiciones de la cuenca, por lo cual habrá necesidad de hacer el ajuste respectivo. De todas maneras, los datos pluviográficos dan idea de la distribución y concentración de la lluvia en el tiempo y la posible ecuación que se adapte mejor. En caso de no disponerse de datos pluviográficos se supondrá un tipo de ecuación como la recomendada por Emil Kuishling y C.E. Gransky para lluvia de 24 horas y seleccionando el adecuado exponente "e" del tiempo.

Definida la tormenta Xa se puede determinar la lluvia en exceso o de escurrimiento Xe por la fórmula (*77*) y por tanto el coeficiente de escurrimiento:

$$C = \frac{Xe}{Xa}$$

Para el hietograma de la tormenta en el lapso que interesa según el tamaño de la cuenca, se recomienda dividirlo en 8 intervalos, con dos opciones en la distribución de la magnitud para cada intervalo, una de acuerdo a la ecuación aceptada de la tormenta, la cual da un hietograma en escalera de mayor a menor y otra según la relación siguiente con respecto a la total Xa.

1er intervalo:	4.0%
2° intervalo:	4.8%
3er intervalo:	8.8%
4° intervalo:	22.2%
5° intervalo:	37.8%
6° intervalo:	12.2%
7° intervalo:	5.7%
8° intervalo:	4.5%
Suma:	100.0 %

Como una manera objetiva del análisis, en una hoja milimétrica se dibuja en la parte superior izquierda el hietograma con sus 8 intervalos de tiempo (eje horizontal) y magnitudes de tormenta (eje vertical) cuya suma debe ser Xa. Se traza una línea horizontal cortando el hietograma, que representa el índice de infiltración en el lapso, de manera tal, que la suma de las diferencias positivas entre las precipitaciones y el índice de infiltración sea igual a Xe. Así se tiene el hietograma de las lluvias en exceso en los

intervalos considerados, los cuales se usarán para definir el hidrograma unitario triangular para cada uno de ellos, cuya suma conforma el hidrograma total, lo cual se puede hacer gráficamente en la misma hoja milimétrica, en la parte de abajo conservando la escala de tiempo y adicional de gastos en el eje vertical.

Las características del hidrograma unitario triangular se determinan mediante las fórmulas siguientes:

$$T_p = 0.5\ Tc + \frac{\Delta T}{2} \qquad \text{..........(134)}$$

$$Q_p = 0.556 \frac{Xe.A}{nTp} \qquad \text{..........(135)}$$

$$T_b = n\ T_p \qquad \text{..........(136)}$$

donde:

T_p = tiempo pico, en h

T_c = tiempo de concentración, en h

ΔT = intervalo de análisis, en h

Q_p = gasto pico, en m^3/s

X_e = lluvia en exceso del intervalo, en mm

A = área de la cuenca, en km^2

n = parámetro (se considera igual a 2)

T_b = tiempo base del hidrograma, en h

De la ecuación (*135*) se puede obtener el valor unitario:

$$q_p = \frac{Q_p}{Xe} = \frac{0.556\ A}{n\ Tp} \qquad \text{..........(137)}$$

y luego se aplica a cada Xe de los intervalos para obtener los Q_p respectivos.

Aplicación

Se considera una cuenca pequeña con los datos siguientes:

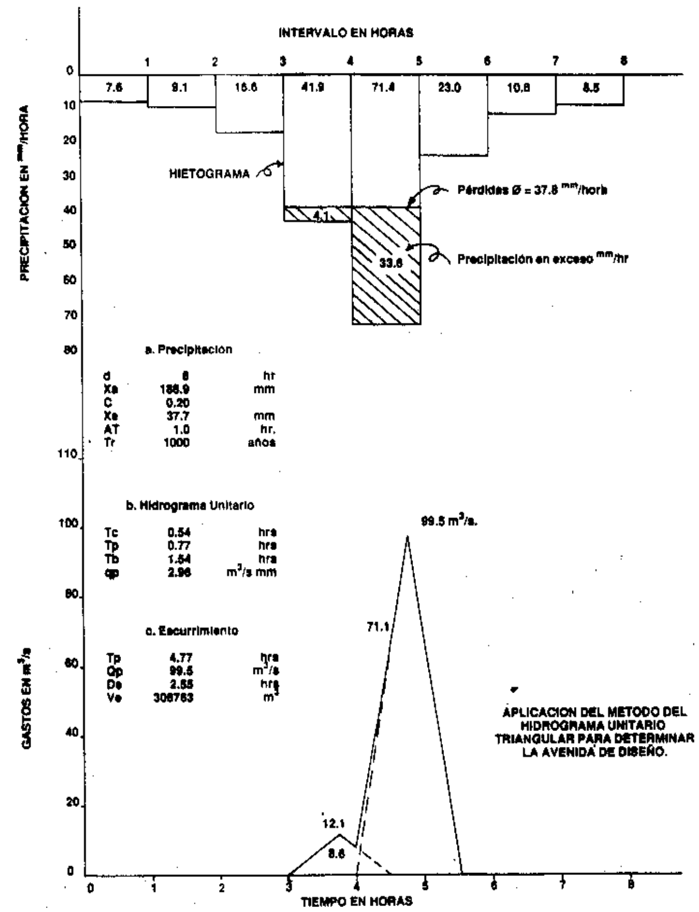
A	=	8.19 km^2
L	=	4275 m
S	=	0.077
T_c	=	0.54, (h) (Kirpich)
t_r	=	0.55, (h) (Chow)
X_a	=	188.9 mm (para duración 8 horas y Tr = 1000 años)
C	=	0.20
ΔT	=	1.00 h

En la *Figura No. 7* se muestra el hietograma de la tormenta dividida en 8 intervalos de 1.00 hora cada uno con la distribución de la magnitud total de acuerdo a su posición y porcentajes recomendados. Se infiere que el índice de infiltración para ΔT = 1.00 hora es de 37.8 mm y sólo se tiene lluvia en exceso en el 4o y 5o intervalo con 4.1 y 33.6 mm y suma de 37.7 mm.

Se cumple que:

$$C = \frac{37.7}{188.9} = 0.20$$

FIGURA No.7
APLICACION DEL METODO DEL HIDROGRAMA UNITARIO TRIANGULAR PARA DETERMINAR LA AVENIDA DE DISEÑO



$$T_p = 0.5 \times 0.54 + \frac{1.00}{2} = 0.77 \text{ h}$$

$$T_b = 2 \times 0.77 = 1.54 \text{ h}$$

$$q_p = \frac{0.556 \times 8.19}{1.54} = 2.96 \text{ m}^3/\text{s}$$

De donde: Q (4° intervalo) = 2.96 x 4.1 = 12.1 m^3/s

Q (5° intervalo) = 2.96 x 33.6 = 99.5 m^3/s

En la misma *Figura No. 7* se integran los dos hidrogramas y de allí se infiere los datos siguientes de la avenida.

T_p = 4.00 + 0.77 = 4.77 h (desde el origen de la lluvia y para la distribución usada).

Q_p = 99.5 m^3/s

D_e = 2.55 h (duración efectiva)

V_e = 8190,000 x 0.377 = 308 763 m^3 (volumen escurrido)

Si se usa una distribución en base a la ecuación de la lluvia tipo Kuishling con hietograma en escalera descendente, se procede en igual forma con la salvedad que para este caso, en los primeros intervalos de tiempo es cuando ocurre el escurrimiento.

e. Método Empírico de la Envolvente de Gastos Máximos

Este procedimiento estratífica los gasto máximos registrados en una zona hidrológica y climatológica que sea un tanto similar. Si se dispone de muestras de gasto máximos registrados en varias corrientes de la zona, se puede procesar esta información por diversos métodos de los tratados y asociar períodos de retorno a los gastos. Para

hacer la información consistente, de la serie de muestras se puede seleccionar como "piloto" aquella que disponga del mayor período de información y las demás se consideran "satélites", en las que es necesario hacer un ajuste para uniformizar al mismo período de la estación "piloto". Para ello se necesita que la muestra de esta estación se procese tantas veces como períodos de información se tenga en las estaciones "satélite" y considerando los datos de esos períodos. De esta manera y suponiendo un ajuste lineal, el dato de una estación "satélite" queda ajustado de la manera siguiente, para cualquier período de retorno considerado:

$$Q_{(sa)} = Q_s \frac{Q_p}{Q_{(ps)}} \qquad \text{..........(138)}$$

Donde:

$Q_{(sa)}$ = gasto máximo ajustado de la estación satélite asociado a un período de retorno cualquiera y en base a un período de datos igual al de la estación piloto.

Q_s = idem pero en base a su propio período de datos.

Q_p = idem de la estación piloto en base a su período total de datos.

$Q_{(ps)}$ = idem de la estación piloto pero en base al período de datos de la satélite.

En papel logarítmico de los ciclos que sea conveniente (máximo de 5 x 6 ciclos) en escala vertical los gastos en m^3/s (de 1 a 100 000) y en la horizontal las áreas de cuenca en km^2 (de 1 a 1,000 000) se localizan los puntos de gasto-área para cada una de las estaciones y para cada período de retorno considerado. Para trazar las envolventes generales mayoradas con el fin de ser utilizadas, considerando un área de cuenca cualquiera de una corriente, sin datos hidrométricos, se pueden emplear las fórmulas de las envolventes propuestas por William P. Creager y

Robert C. Lowry, donde el gasto (Q) es una función del área de cuenca (A) y un parámetro (K) dependiente de las características fisiográficas de la zona. Las expresiones matemáticas son las siguientes:

Fórmula de Creager:

$$Q = 1.3026\, K_C \left(\frac{A}{2.59}\right)^{0.894 \left(\frac{A}{2.59}\right)^{-0.048}} \qquad \text{..........(139)}$$

Fórmula de Lowry:

$$Q = \frac{K_L \cdot A}{(A + 259)^{0.80}} \qquad \text{..........(140)}$$

donde:

Q	=	gasto en m^3/s
A	=	área de la cuenca en km^2
K_C	=	coeficiente de Creager
K_L	=	coeficiente de Lowry

Para el trazo de las envolventes se procede como sigue:

De la información de datos es necesario detectar aquél relevante, de manera que usándolo como pivote la envolvente cubra a todos los demás puntos.

Con los datos de Q y A de ese punto, substituídos en las ecuaciones (*139*) y (*140*) se pueden despejar los parámetros K_C y K_L específicos para esa condición.

Sustituídos K_C y K_L en (*139*) y (*140*) se tienen ecuaciones de Q que sólo son función de A. Dando diversos valores a A se pueden trazar las envolventes de Creager y Lowry.

Para otra cuenca cualquiera, basta sustituir su área, para calcular el gasto o gráficamente se obtiene de la envolvente.

Se recomienda la aplicación de este método para cuencas de una zona en condiciones un tanto semejantes y que las áreas no difieran exageradamente.

Aplicación

Se hará en caso hipotético, con datos del punto pivote como sigue:

$Q = 150\ m^3/s$

$A = 250\ km^2$

Se desea determinar el gasto para una corriente con una cuenca de $500\ km^2$.

Cálculo de los parámetros:

$$K_C = \frac{Q}{1.3036\left(\frac{A}{2.59}\right)^{0.894\left(\frac{A}{2.59}\right)^{-0.048}}} = \frac{150}{1.3026\left(\frac{250}{2.59}\right)^{0.894\left(\frac{250}{2.59}\right)^{-0.048}}}$$

$K_C = 4.33$

$$K_L = \frac{Q.(A + 259)^{0.80}}{A} = \frac{150\ (250 + 259)^{0.80}}{250} = 87.81$$

Para el área de 500 km^2 se tiene:

Según Creager:

$$Q_C = 1.3026 \times 4.33 \left(\frac{500}{2.59}\right)^{0.894\left(\frac{500}{2.59}\right)^{-0.048}} = 220\ m^3/s$$

Según Lowry:

$$Q_L = \frac{87.81 \times 500}{759^{0.80}} = \frac{43905}{201} = 218\ m^3/s$$

Considerando un área de 125 km^2:

$$Q_C = 1.3026 \times 4.33\ (48.3)^{0.724} = 93.8\ m^3/s$$

$$Q_L = \frac{87.81 \times 125}{384^{0.80}} = 94.0\ m^3/s$$

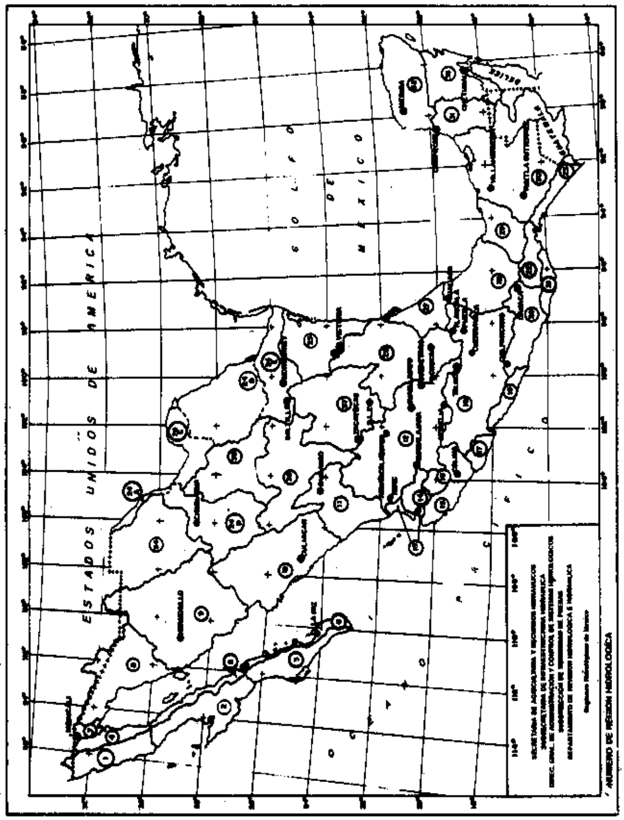
Los resultados son bastante semejantes, pero en otros casos pueden diferir más, por lo cual según el caso puede elegirse el valor mayor o medio.

De esta manera puede elaborarse una familia de envolventes para una zona asociada a diversos períodos de retorno.

En la *Figura No. 8* se muestra el plano de la República Mexicana integrada en regiones hidrológicas que han sido previamente seleccionadas por sus características hidrológicas, climátologicas y geográficas. La unidad base, es la cuenca hidrográfica y puede usarse para sustentar un análisis de envolventes, teniendo presente que en una misma cuenca pueden existir diferencias

importantes entre la zona de montaña y la plana. El colector principal participa de ambas.

FIGURA No.8
REGIONES HIDROLOGICAS



CAPITULO 5. INFORMACION GENERAL

Para determinar el cauce y la zona federal de una corriente de agua superficial, ya sea que se trate de un arroyo, río etc. es necesaria la elaboración de los estudios básicos, hidrológico, topográfico e hidráulico relativos a la cuenca y cauce de la corriente. De ellos se obtendrán datos concluyentes que sustentarán la demarcación física del cauce y zona federal en un sitio o tramo de la corriente.

El estudio básico hidrológico concierne la determinación del "gasto máximo ordinario" generable por la corriente, el cual es dato de partida para el análisis topohidráulico del tramo de la corriente en estudio, al transitar dicho gasto.

En la determinación del gasto máximo ordinario, se presentan dos posibles condiciones: la primera, que se disponga de información hidrométrica en un período de tiempo razonable de preferencia no menor de 10 años, o que se carezca de ella, en cuyo caso será necesario inferirlo de manera indirecta con datos de lluvias máximas anuales, principalmente con duración de 24 horas, pluviogramas y algún modelo de lluvia-escurrimiento.

Cuando se tienen datos hidrométricos de gasto máximos anuales, es aceptable el análisis de la muestra disponible por métodos estadísticos y probabilísticos, los cuales proporcionan elementos de juicio satisfactorios para definir el gasto máximo ordinario de la corriente, asociado a un período de retorno que en general incide en cinco años.

Cuando no se cuenta con datos hidrométricos, el análisis por métodos indirectos implica el uso de modelos de lluvia-escurrimiento, en base a metodologías hidrológicas convencionales establecidas; algunas de las principales se consignan en el presente instructivo.

Para determinar el gasto máximo ordinario es recomendable aplicar varios métodos para conjuntar los elementos necesarios de juicio.

La demarcación de la zona federal tiene importancia especial porque establece la frontera entre terrenos ribereños a la corriente de propiedad de la Federación, con terrenos del dominio privado, comunal o ejidal, con la cual puede darse solución a situaciones conflictivas del derecho de propiedad.

CAPITULO 6. GLOSARIO DE TERMINOS

Este glosario está referido principalmente a la terminología más usual en los estudios hidrológicos, para demarcación de la zona federal en corrientes y vasos o depósitos de propiedad nacional.

La legislación actual en materia de agua indica la siguiente connotación de términos.

"Cauce de una corriente"; el canal natural o artificial que tiene la capacidad necesaria para que escurran las aguas de las mayores corrientes ordinarias". Cuando las corrientes estén sujetas a desbordamiento, mientras no se construyan obras de encauzamiento, el cauce estará constituido por el canal natural.

"Riberas o zonas federales"; las fajas de diez metros de anchura contiguas al cauce de las corrientes, o al vaso de los depósitos de propiedad nacional. "La amplitud de las riberas o zonas federales se reducirá a cinco metros en los cauces cuya anchura sea de cinco metros o menor".

"Zona de protección"; la faja de terreno inmediato a las presas, estructuras hidráulicas de instalaciones conexas, en la extensión que en cada caso fije la Secretaría, para su protección y adecuada operación, conservación y vigilancia.

Como complemento a los términos anteriores se mencionan:

"Gasto de una corriente"; el volumen de agua que pasa en sitio y sección de la corriente en un momento dado, expresado en metros cúbicos por segundo.

"Gasto medio"; el gasto constante equivalente al valor medio en un cierto lapso de tiempo e igual al volumen escurrido de agua entre el tiempo transcurrido, expresado en metros cúbicos por segundo.

"Régimen de escurrimiento"; en una corriente significa el comportamiento contínuo del escurrimiento en un sitio dado, durante un lapso que puede ser el año.

"Avenida de una corriente"; incremento en el régimen de escurrimiento de la misma, llegando a un máximo para luego abatirse hasta llegar de nuevo al valor de gasto base.

"Hidrograma de la avenida"; la representación contínua y gráfica del régimen de una avenida, relacionando los gastos con el tiempo. Integra la forma y volumen de la avenida.

"Pico de la avenida"; el gasto máximo instántaneo registrado en el hidrograma de la avenida.

"Gasto máximo ordinario"; con fines a la demarcación de la zona federal, es el mayor gasto de los ordinarios de la muestra, que por su magnitud delimita en base a los datos de gastos máximos registrados de las avenidas de la corriente, generalmente valores anuales; dos tendencias o comportamientos, una que obedece a condiciones de precipitaciones importantes, que son las más frecuentes y que dan origen a las avenidas ordinarias y la otra, a condiciones de precipitaciones extremas generadoras de avenidas extraordinarias menos frecuentes. Este gasto máximo ordinario, frontera entre una y otra tendencia, generalmente incide con el período de retorno de 5 años.

CAPITULO 7. NOTACION

Advertencia.- Por conveniencia en su consulta se ordenó la nomenclatura usada en el presente instructivo de acuerdo a los diversos métodos de cálculo considerados, en virtud de que una misma notación puede tener diferente significado o un mismo concepto estar representado por diferente notación en uno u otro método. De esta manera, aunque pudiera ser repetitiva alguna notación, se ubica al lector en la nomenclatura específica de cada método de cálculo, empleado por orden de mención.

Planteamiento estadístico

a) Curva de duración

m : número de orden de un evento, generalmente ordenados en forma decreciente

n : número de eventos anuales de la muestra

Tr : período de retorno o intervalo de recurrencia en años

P : probabilidad de ser igualado o excedido un cierto evento

P' : probabilidad de que no sea igualado o excedido un cierto evento

b) Estadístico en base a una tendencia de distribución normal

u : intervalo poblacional en m^3/s o mm

$\bar{u}$: media poblacional en m^3/s o mm

$\bar{X}$: media muestral en m^3/s o mm

Sx : desviación típica, normal o estandard de la muestra con relación a la variable X en m^3/s o mm

αt : coeficiente de confianza definido por la distribución "t" de Student

$\frac{\alpha t \cdot Sx}{\sqrt{n}}$ intervalo de confianza en m3/s o mm

L_s : límite superior al intervalo poblacional, m^3/s o mm

L_i : límite inferior del intervalo poblacional, m^3/s o mm

Planteamiento probabilístico

a) Método de Alder Foster

X_p : gasto o precipitación máximo-asociado a una probabilidad o período de retorno, m^3/s o mm

C_v : coeficiente de variación

K : factor variable dependiente de las características de la muestra y de la distribución de probabilidad empleada, dado por Foster

C_s : coeficiente de asimetría

C_{sa}: coeficiente de asimetría ajustado

F : factor de ajuste del coeficiente de asimetría

F_I : factor de ajuste para el tipo de distribución I

F_{III}: factor de ajuste para el tipo de distribución III

b) Método de Allen Hazen

K : factor variable dependiente de las características de la muestra y de la distribución de probabilidad por Hazen

F : factor de ajuste del coeficiente de asimetría igual al F_{III} de Foster

La demás nomenclatura es igual a la del método de Foster.

c) Método de W. E. Fuller

a : parámetro (ordenada de origen) dependiente de las características de la muestra m^3/s o mm

b : parámetro (pendiente) función de las características de la muestra m^3/s o mm según se trate de gastos o lluvias

$\log_{10}$: logaritmo decimal de base 10

Y_i : variable dependiente de la ecuación de regresión en m^3/s o mm

X_i : variable independiente de la ecuación de regresión en m^3/s o mm

$\overline{Y}_i$: media muestral de la variable dependiente en m^3/s o mm

$\overline{X}_i$: media muestral de la variable independiente en m^3/s o mm

S_{xy}: numerador de la expresión de b, función de x, y, en m^3/s o mm al cuadrado

S_{xx}: denominador de la expresión de b, función de x en m^3/s o mm al cuadrado

S_{yy}: semejante que Sxx pero en y

R_{xy}: coeficiente de correlación lineal en x, y

d) Método de Gúmbel

$\overline{X}_n$: parámetro dado por Gúmbel que depende del número n de eventos anuales de la muestra

S_n : parámetro dado por Gúmbel que depende del número n de eventos anuales de la muestra

$\log_e$: logaritmo natural de base e.(e=2.7183)

Ø : índice para el cálculo del intervalo de confianza

$(\varnothing = 1 - \frac{1}{T_r})$

ΔX : intervalo de confianza en m^3/s o mm

$\sqrt{n}\alpha Sm$: parámetro del intervalo de confianza dado por Gúmbel, dependiente del valor $\varnothing$

Otra nomeclatura similar a la considerada

e) Método de Nash

Y : variable dependiente de la ecuación de regresión del modelo, m^3/s o mm

X : variable independiente de la ecuación de regresión del modelo ($X = \log_{10} \log_{10} \frac{Tr}{Tr-1}$)

a,b: parámetros similares a los de Fuller

Δy : intervalo de confianza en m^3/s

S_{xx}, S_{yy}, S_{xy} : igual significado que en Fuller

f) Método de Lebediev

X_d : gasto de diseño en m^3/s

$X_{máx}$: gasto máximo probable en m^3/s

ΔX : intervalo de confianza en m^3/s

X : gasto medio en m^3/s

C_v : coeficiente de variación ($S_x / \bar{X}$)

K : coeficiente dado por Lebediev, depende del coeficiente de asimetría y de la probabilidad

Cs : coeficiente de asimetría

A : coeficiente dado por Lebediev, depende del tamaño del registro.

Er : coeficiente dado por Lebediev, depende de C_v y de la probabilidad

Planteamiento racional

a) Método racional básico

A : área de cuenca de captación del río hasta el sitio de estudio en km^2

X_a : precipitación acumulada en la cuenca o en una estación durante cierto tiempo, mm

$\varnothing_a$: pérdida acumulada durante un cierto tiempo, mm

V_p : volumen precipitado en la cuenca durante cierto tiempo en mm

$V_\varnothing$: volumen infiltrado, retenido y evaporado en la cuenca durante cierto tiempo en mm.

V_e : volumen escurrido en la cuenca hasta el sitio de estudio proveniente de la lluvia en m^3 durante cierto lapso

Q_m : gasto medio escurrido correspondiente a la duración total de la avenida, m^3/s

T_b : duración total de la avenida en horas

T_c : tiempo de concentración de la cuenca en horas

t : tiempo de recesión de la cuenca en horas

X_c : lluvia acumulada en el tiempo de concentración en mm

$Ø_c$: infiltración, retención y evaporación en el tiempo de concentración, mm

$Q_{máx}$: gasto máximo instantáneo de la avenida en m^3/s

I_{pc} : intensidad de precipitación en el tiempo de concentración en mm/hora

$I_{Øc}$: intensidad de pérdidas en el tiempo de concentración en mm/hora

C : coeficiente de escurrimiento

δ : parámetro de ajuste del pico = $\frac{Qmáx}{Qm}$ (para triangular δ =2)

K : parámetro de la ecuación de distribución de lluvia en el tiempo, en mm

e : exponente en la ecuación

T_1, T_2, etc.: tiempo en horas de precipitación a partir del origen y en los lapsos 1 y 2

K', b: constantes de la ecuación del modelo de precipitación media en la cuenca, en función de la precipitación máxima puntual, adimensional

D : duración de la lluvia en horas

L : longitud del colector principal en km ó m

S : pendiente del colector principal, decimal, por ciento al millar.

ΔH: desnivel máximo del colector principal, m

m : fracción decimal de la lluvia retenida en la vegetación y superficie del suelo, adimensional.

Y : pérdida por evaporación en mm/hora

Z : absorción o infiltración en el suelo, mm/hora.

Y_D,Z_D:pérdidas de evaporación y absorción en el lapso D de lluvia, en mm

X_e : lámina de lluvia en exceso o escurrimiento, en mm

N : número de escurrimiento, adimensional

b) Método racional de Gregory-Arnold

A : área de la cuenca en km^2

V_m: velocidad media de recorrido del escurrimiento desde el punto más alejado de la cuenca hasta el sitio de estudio, en m/s

L : longitud del colector en kms

W : ancho medio de la cuenca = (A/L) en kms

Tc : tiempo de concentración en horas

c : coeficiente de la fórmula de Chezy en $m^{0.5}/s$

r : radio hidráulico de la sección en m

s : pendiente del colector en decimal = $\frac{S}{1000}$

S : pendiente del colector al millar = 1000 s

e : exponente, adimensional

Qmáx:gasto máximo instántaneo, m^3/s

N : parámetro, en $m^{1/8}/S^{3/8}$

P : parámetro que depende de la geometría de la cuenca y su forma de concentrar, adimensional.

S_p : pendiente media o ponderada del colector principal al millar

a : sección transversal del río en m^2

F : parámetro que depende del material y dimensión del cauce

δ : parámetro de ajuste del pico = $(^{Qmáx}/_{Qmed})$

g : exponente = $\left(\frac{1}{4\text{-}e}\right)$, adimensional

L_1, L_2... longitud de tramos del colector, en kms

A_1, A_2... áreas parciales de cuenca, en km^2

S_1, S_2... pendientes parciales del colector al millar

Otros planteamientos

a) Método de Chow

Q_p : gasto pico en m^3/s

q_p : gasto pico unitario en m^3/cm

P_e : lluvia en exceso en cm

A : área de cuenca en km^2

d : duración de la lluvia en h

Z : factor de reducción igual a la relación del gasto pico del hidrógrafo unitario al gasto de equilibrio

X : factor de escurrimiento, en cms/h

Y : factor climático, adimensional

Q_b : gasto base de la avenida en m^3/s

t_r : tiempo de retraso en h

L : longitud del cauce en m

S : pendiente media del colector en por ciento

T_c : tiempo de concentración en h

b) Método del almacenamiento lineal

Qmáx:gasto máximo de la avenida en m^3/s

Q_e : gasto de equilibrio en m^3/s

Z : parámetro, relación $Q_{máx}/Q_e$ adimensional

V : almacenamiento lineal en m^3

K : constante de almacenaje en horas

e : base de los logaritmos naturales = 2.7183

T_e : duración de la lluvia efectiva en horas

Q_o : gasto inferior al de equilibrio, pero constante durante el tiempo del gasto pico, en m^3/s

T_p : tiempo del gasto pico, en ha

A : área de la cuenca en km^2

I_e : intensidad de lluvia efectiva en mm/h

T_e : tiempo de duración de la lluvia efectiva en horas

u : coeficiente de ajuste de unidades, en nuestro caso las unidades dadas en A, Ie y considerando hidrograma triangular, su valor es 0.278

T : cualquier tiempo en horas

$Ø_p$: lámina de infiltración potencial total, en mm

$I_Ø$: indice de infiltración media, en mm/h

X_a : precipitación acumulada en mm

X_e : precipitación en exceso acumulada en mm

I_a : intensidad de lluvia en mm/h

T_r : tiempo de retraso en horas

s : pendiente media decimal, adimensional

s_1, s_2, etc; pendientes parciales decimales, adimensionales

m : exponente, adimensional

n : número de tramos iguales en que se divide el colector, adimensional.

L : longitud del colector principal en km

L_c : distancia desde el punto más cercano del cauce al centroide y hasta el sitio de estudio, en km

ΔH: desnivel entre dos sitios, en m

T_c : tiempo de concentración en horas

c) Método de I PaiWu

n : número de vasos lineales con igual coeficiente de almacenaje, adimensional

$\Gamma(n)$: función gama de (n), adimensional

$T_\varnothing$,T_1: tiempos $T_\varnothing$ y T_1 en la curva de recesión del hidrograma en horas

Q_0,Q_1: gasto en los tiempos T_0 y T_1 en la curva de recesión del hidrograma, en m^3/s

A : área de la cuenca en km^2

L : longitud del colector, en km

S : pendiente media del colector, en porciento

K : coeficiente del almacenaje en horas

T_p : tiempo del gasto pico en horas

Q : gasto para un tiempo cualquiera en m^3/s

T : cualquier tiempo en h

d) Método del hidrograma unitario triangular

T_p : tiempo del gasto pico en h

T_c : tiempo de concentración en h

ΔT : intervalo de análisis, en h

Q_p: gasto pico en m^3/s

X_e : lluvia en exceso del intervalo, en mm

A : área de la cuenca, en km^2

n : parámetro (para hidrograma triangular es igual a 2), adimensional

T_b : tiempo base del hidrograma, en h

q_p : gasto unitario del pico, en m^3/s mm

T_c : tiempo de concentración en h

De : duración efectiva del hidrograma, en h

V_e : volumen escurrido en m^3

e) Método empírico de la envolvente de gastos máximos

$Q_{(sa)}$: gasto máximo ajustado de la estación satélite asociado a un período de retorno cualquiera y con base a un período de datos igual al de la estación piloto en m^3/s

Q_s : Idem que $Q_{(sa)}$ pero en base a su propio período de datos, en m3/s