

## **4.7 SIMULTANEIDAD DE EVENTOS HIDROLÓGICOS**

### **4.7.1 Factores de simultaneidad entre hietogramas**

La posibilidad de ocurrencia simultánea de lluvias extraordinarias sobre la totalidad del área de una cuenca grande es pequeña. Para tomar en cuenta este aspecto se utilizó el concepto de estación virtual de precipitación.

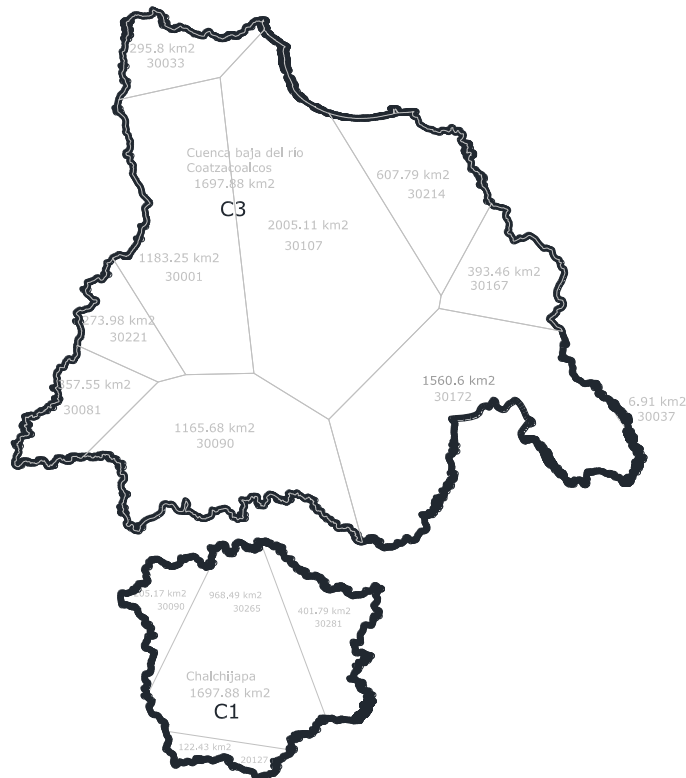
La estación virtual de precipitación se construye una colección de lluvias diarias medias en la cuenca a partir de los registros simultáneos de las estaciones climatológicas seleccionadas en la cuenca en estudio.

Con base en la colección de lluvias medias diarias de la estación virtual se obtienen los factores de simultaneidad de la precipitación correspondiente a cada una de las estaciones escogidas. En la Figura 7.1 se muestran las subcuencas de las dichas estaciones.



**Figura 7.1. Cuencas en que se dividió la zona de estudio**

Las estaciones climatológicas a las que se les asignó un factor de simultaneidad, cumplían con registros simultáneos en el intervalo de tiempo considerado. En la Figura 7.2 se muestran las cuencas consideradas en la obtención del factor de simultaneidad y los polígonos de Thiessen empleados para obtener la precipitación media de la estación virtual.



**Figura 7.2. Polígonos de Thiessen**

Para la cuenca del río Chalchijapa (C1) se utilizaron registros simultáneos comprendidos entre el 1 de enero de 1975 al 31 de diciembre de 1997.

En la Tabla 7.1 se muestran las estaciones climatológicas incluidas en el análisis de la cuenca uno y las áreas que ocupan dentro el área total de la cuenca de acuerdo a los polígonos de Thiessen, también se muestra el factor que se obtiene al dividir el área de influencia de la estación entre el área total de la cuenca.

**Tabla 7.1. Estaciones climatológicas incluidas en el análisis de la cuenca Chalchijapa (C1)**

	Área de la cuenca (km <sup>2</sup> )				1697.88
EC	20127	30090	30265	30281	ESTV
Área (km <sup>2</sup> )	122.43	205.17	968.49	401.79	
factor	0.072	0.121	0.570	0.237	

Los registros diarios de cada estación se multiplicaron por el factor correspondiente para obtener la colección de precipitaciones de la estación virtual. De la colección de valores se

encontraron las láminas máximas anuales de lluvia acumulada de 56 días para cada estación climatológica y la de la estación virtual (estv). La Tabla 7.2 muestra estos máximos.

**Tabla 7.2. Máximos anuales de 56 días consecutivos de lluvia (mm)**

Año	estv	20127.0	30090.0	30265.0	30281.0
1975	1217.4	82.5	160.5	690.8	324.1
1976	1197.3	66.8	136.3	762.1	273.0
1977	748.9	33.6	102.6	455.7	208.7
1978	1595.5	85.0	161.2	966.7	413.9
1979	1437.5	65.1	128.1	847.7	426.4
1980	1245.0	57.2	113.6	821.2	294.9
1981	1355.0	76.5	146.1	863.6	361.4
1982	973.0	81.1	168.0	709.1	147.6
1983	1102.1	77.8	112.1	661.6	251.4
1984	1256.0	53.9	129.1	777.2	304.6
1985	1168.7	62.4	112.9	763.9	280.8
1986	1178.0	47.9		830.7	318.5
1987	1348.1	61.5	51.6	892.9	382.0
1988	1260.0	56.1	150.6	749.4	406.5
1989	1309.3	72.3	153.6	791.0	316.8
1990	1071.9	43.3	131.1	664.5	258.2
1991	1018.6	55.3	165.5	601.8	234.0
1992	1360.1	54.9	181.0	858.6	360.8
1993	1379.0	80.5	157.8	837.7	372.0
1994	1100.0	38.0	110.0	664.0	301.7
1995	1377.2	58.9	121.0	886.2	312.8
1996	1081.2	59.0	97.4	650.1	284.1
1997	978.6	58.3	82.6	634.4	284.1

Este conjunto de datos se ajustaron a diferentes funciones de distribución de probabilidad. La que presentó un mejor ajuste fue la función Gumbel y con ellos se encontraron los acumulados de lluvia de cincuenta y seis días consecutivos para los diferentes periodos de retorno consignados en la Tabla 7.3.

**Tabla 7.3. Máximos anuales de cincuenta y seis días (mm) para diferentes periodos de retorno**

Período de retorno (año)	ESTV	20127	30090	30265	30281	FS
2	1174.89	59.60	127.66	735.45	297.76	<b>0.96</b>
5	1347.05	72.98	155.68	844.34	360.84	<b>0.94</b>
10	1461.03	81.85	174.23	916.44	402.61	<b>0.93</b>
20	1570.37	90.35	192.03	985.59	442.68	<b>0.92</b>
50	1711.89	101.35	215.06	1075.11	494.53	<b>0.91</b>
100	1817.95	109.60	232.33	1142.19	533.39	<b>0.90</b>
200	1923.61	117.81	249.53	1209.02	572.11	<b>0.90</b>
500	2063.02	128.65	272.22	1297.20	623.20	<b>0.89</b>
1000	2168.38	136.85	289.36	1363.84	661.80	<b>0.88</b>

En la Tabla 7.3 además aparecen los valores de los factores de simultaneidad de las correspondientes a la estación virtual. Ellos se obtuvieron a partir del cociente de la lámina acumulada ajustada del registro virtual entre la suma de las láminas acumuladas ajustadas de las estaciones climatológicas.

Con el mismo procedimiento se obtienen los factores de simultaneidad de la cuenca alta del río Uspanapa. En la tabla 7.4 se muestran los factores de simultaneidad correspondientes a dicha cuenca.

**Tabla 7.4. Factores de simultaneidad de la cuenca baja Coatzacoalcos - Jaltepec (C3)**

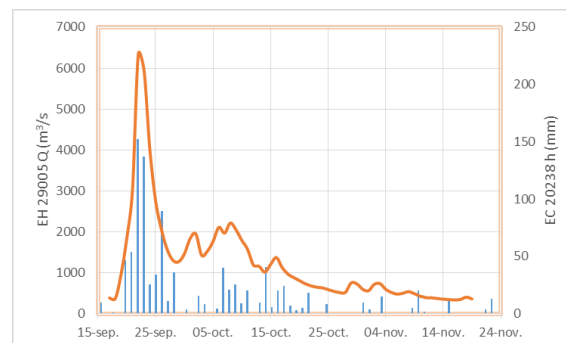
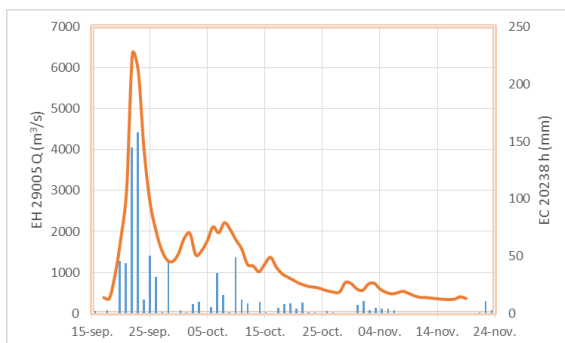
Período de retorno (años)	FS
2	0.86
5	0.81
10	0.79
20	0.79
50	0.76
100	0.75
200	0.75
500	0.74
1000	0.73

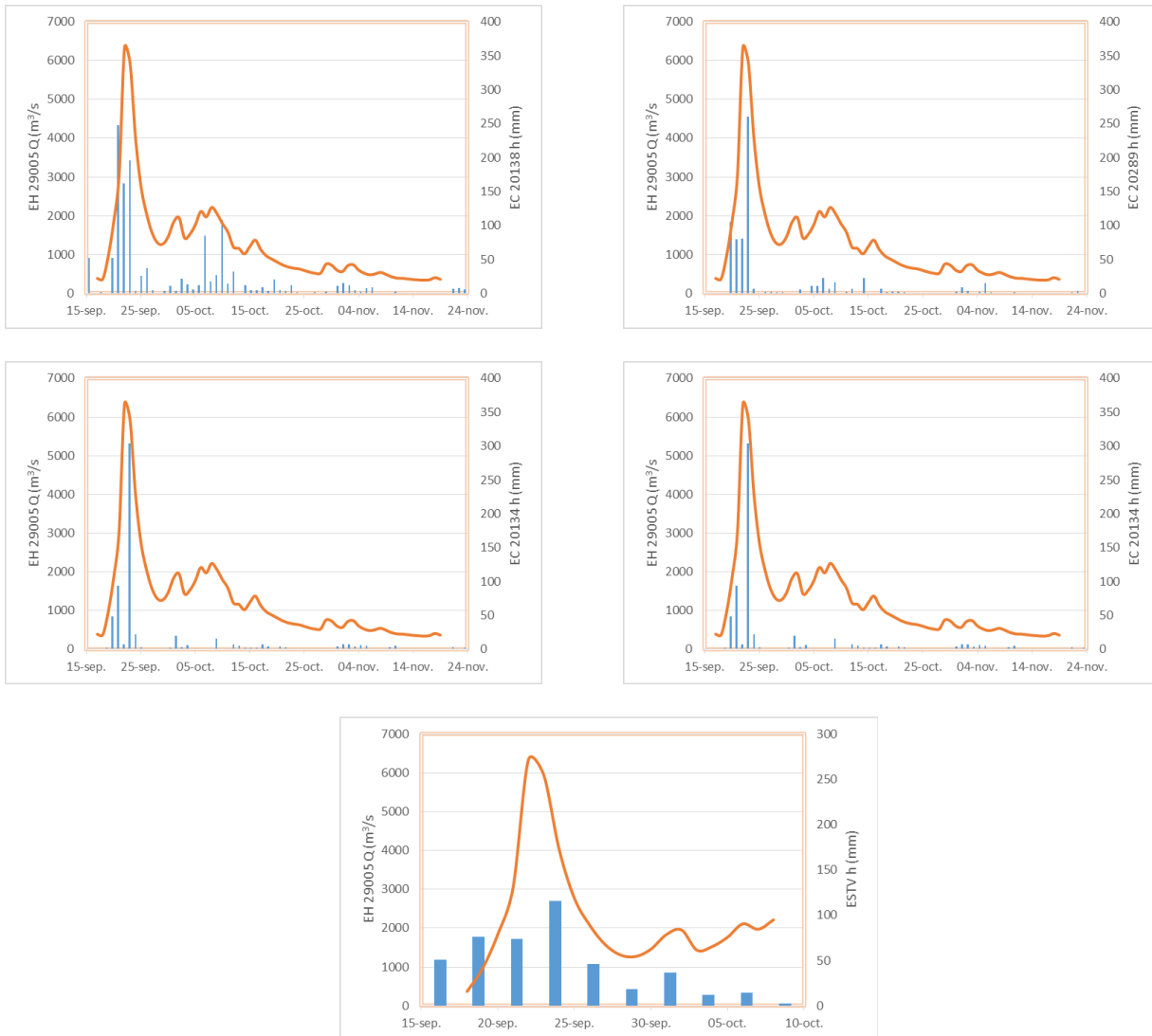
#### 4.7.2 Factores de simultaneidad entre hidrogramas

En la cuenca en estudio no se encontró simultaneidad entre hidrogramas de las estaciones hidrométricas Las Perlas y Tierra Morada.

#### 4.7.3 Factores de simultaneidad entre hietogramas e hidrogramas

En el año de 1978 en el mes de septiembre se presentó un escurrimiento de varios días, que registro la estación hidrométrica 29005 Las Perlas, ese evento se comparó con las lluvias en ese mismo periodo de tiempo, en la Figura 7.3 se presentan las gráficas resultantes.





**Figura 7.3. Simultaneidad de escurrimientos y lluvias de 1978**

Las gráficas de simultaneidad entre los valores extremos de las lluvias y escurrimientos mostraron que ocurren el mismo día, no existe desfase mayor a 24 horas entre ellos.

## 4.8 MODELO MATEMÁTICO DE LAS INUNDACIONES

### 4.8.1 MODELO BIDIMENSIONAL

La distribución de los fenómenos sobre un continuo espacial hace necesario la descripción con magnitudes evaluadas en cada instante y en cada punto del espacio. Así es como en los modelos que expresan la rapidez de cambio de las variables descriptivas aparecen las derivadas parciales, para tener también en cuenta la variación espacial. Para ciertas clases de ecuaciones diferenciales parciales se conocen las soluciones analíticas, pero en general es necesario buscar soluciones aproximadas, tanto como posible o necesario, a las soluciones exactas (desconocidas). Para calcular el flujo de agua de lluvia sobre el terreno se utilizan de conservación de la cantidad de movimiento para un flujo bidimensional (Mahmood y Yevjevitch, 1975)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_x - S_{fx}) \quad 6.1$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = g(S_y - S_{fy}) \quad 6.2$$

Debido a que los cambios de la velocidad del agua sobre el terreno son pequeños, las derivadas de  $u$  y  $v$  con respecto a  $x$  y  $y$  son eliminadas de las ecuaciones anteriores, por lo que, al dividir entre la aceleración de la gravedad se encuentra

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} = (S_x - S_{fx}) \quad 6.3$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial y} = (S_y - S_{fy}) \quad 6.4$$

Para el cálculo de las pendientes de fricción, se propone el uso de la fórmula de Manning-Strickler:

$$S_{fx} = \frac{n^2 |u| u}{h^{4/3}} \quad 6.5$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 |v| v}{h^{4/3}} \quad 6.6$$

Si se considera a las ecuaciones 5 y 6 en las ecuaciones 3 y 4 se tiene

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{n^2 |u| u}{h^{4/3}} = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \quad 6.7$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{n^2 |v| v}{h^{4/3}} = -\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \quad 6.8$$

Las ecuaciones 7 y 8 son ecuaciones dinámicas que describen la conservación de cantidad de movimiento considerando que el flujo se lleva a cabo en una llanura. El principio de conservación de masa en dos dimensiones horizontales establece que:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u h + \frac{\partial}{\partial y} v h = q \quad 6.9$$

Siendo que el volumen de agua de lluvia efectiva que ingresa por unidad de tiempo y unidad de área. A esta expresión también se le llama ecuación de continuidad. Para calcular el flujo del agua en una planicie de inundación se debe resolver el sistema de ecuaciones diferenciales formado por las expresiones 7, 8 y 9 considerando ciertas condiciones iniciales y de frontera.



Como no existe un método analítico para encontrar la solución de las ecuaciones mencionadas, para dar con una solución aproximada de las mismas, se propone un método de diferencias finitas. Para la aplicación del modelo matemático se escribieron varios programas de cómputo en lenguaje Visual Basic. La aplicación de los programas de cómputo fue exhaustiva ya que hubo necesidad de simular numerosas opciones de condiciones hidráulicas posibles para definir para varias probabilidades de ocurrencia las inundaciones por desbordamiento de río y por lluvia de cuenca propia.

Los insumos al programa de cómputo fueron las precipitaciones en cada celda de la malla de cálculo a cada hora durante 2 días determinados de un estudio hidrológico y una malla con elevaciones de terreno específico para la zona de interés.

#### 4.8.2 MODELO DIGITAL DE ELEVACIONES

El modelo digital de elevaciones utilizado para la simulación numérica fue de LiDAR con resolución de 5 m por 5 m, que cubre la mayor parte del área en estudio de interés (Figura 6.1).

##### 4.8.2.1 LiDAR

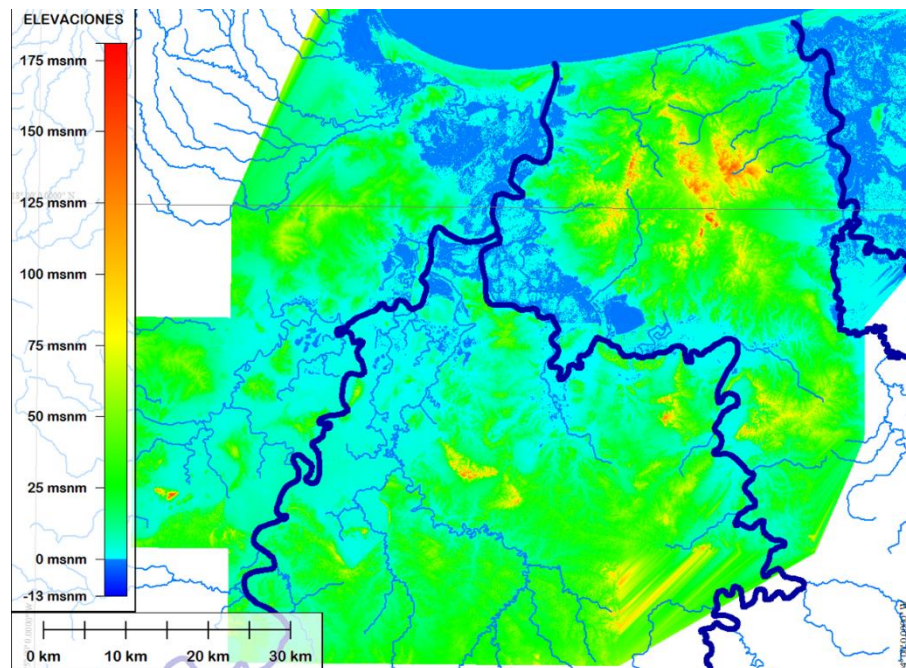


Figura 8.1. Modelo digital de elevaciones en la zona de estudio

Para llevar a cabo la modelación matemática se utilizó un modelo digital de elevaciones con resolución de 5 m por 5 m ya que se consideró que con dicha calidad se obtenían resultados con la suficiente resolución. También se utilizaron cartas topográficas de INEGI

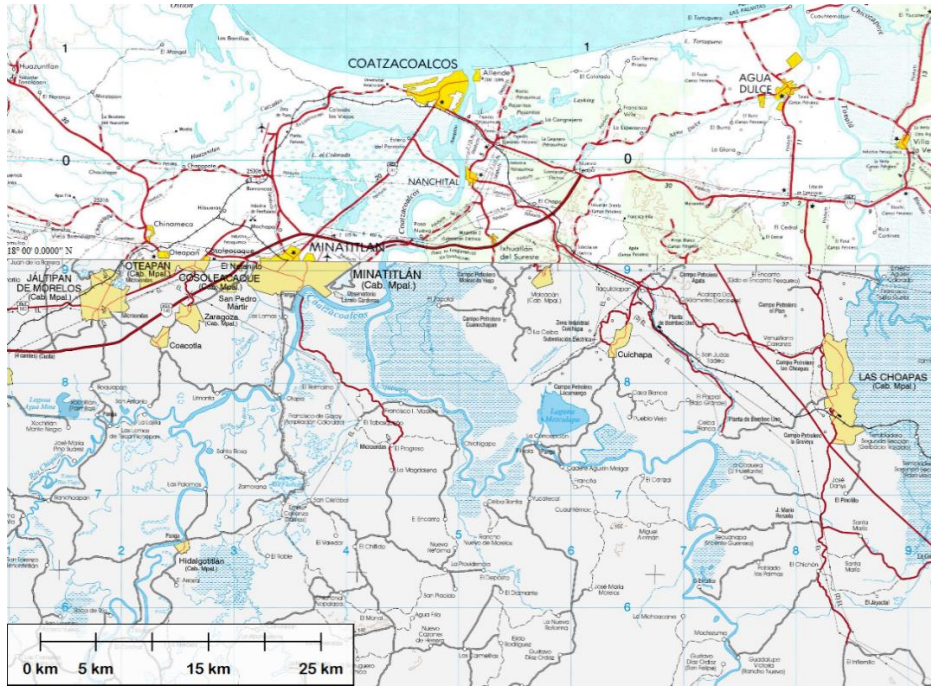
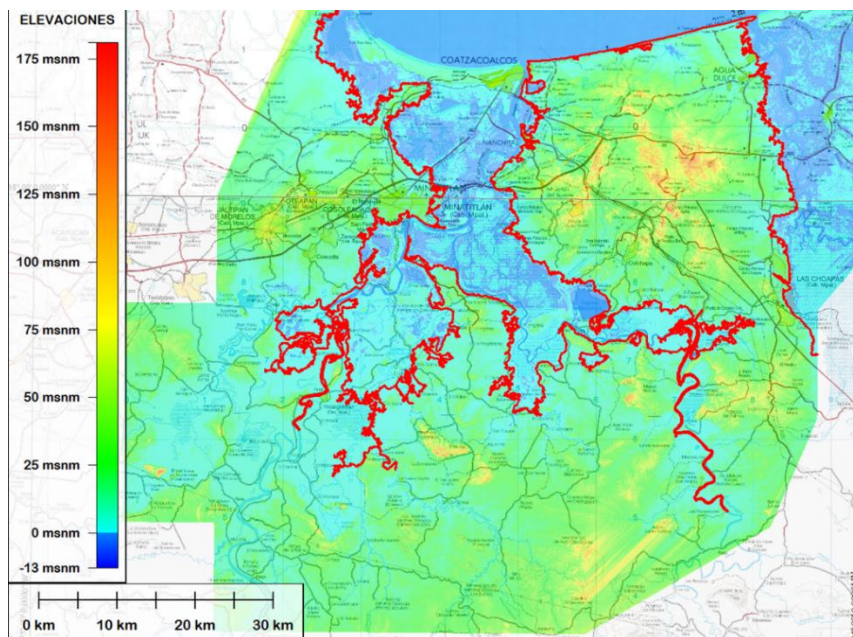
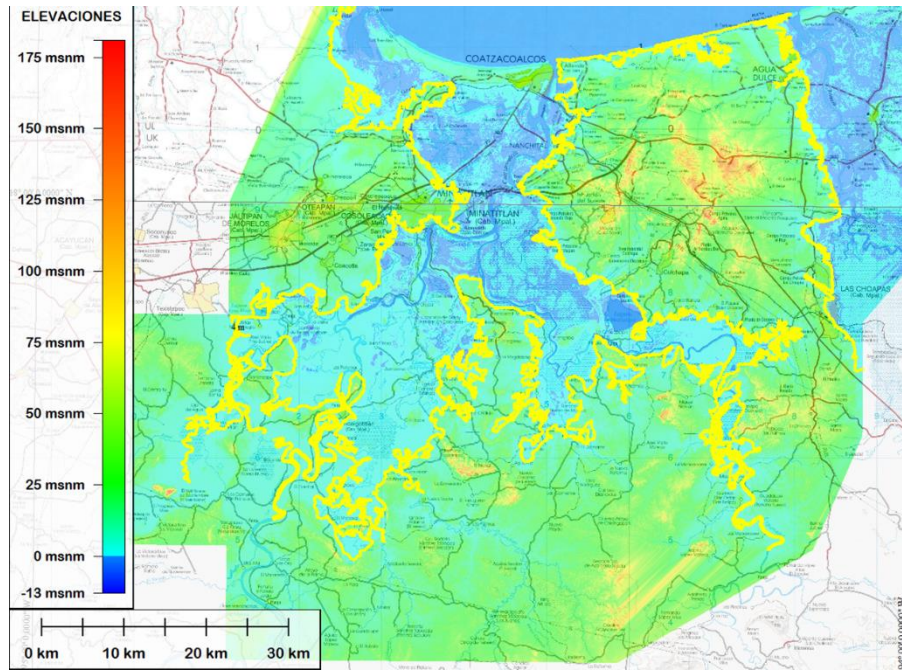


Figura 8.2. Carta de INEGI escala 1:250,000 en la zona de estudio

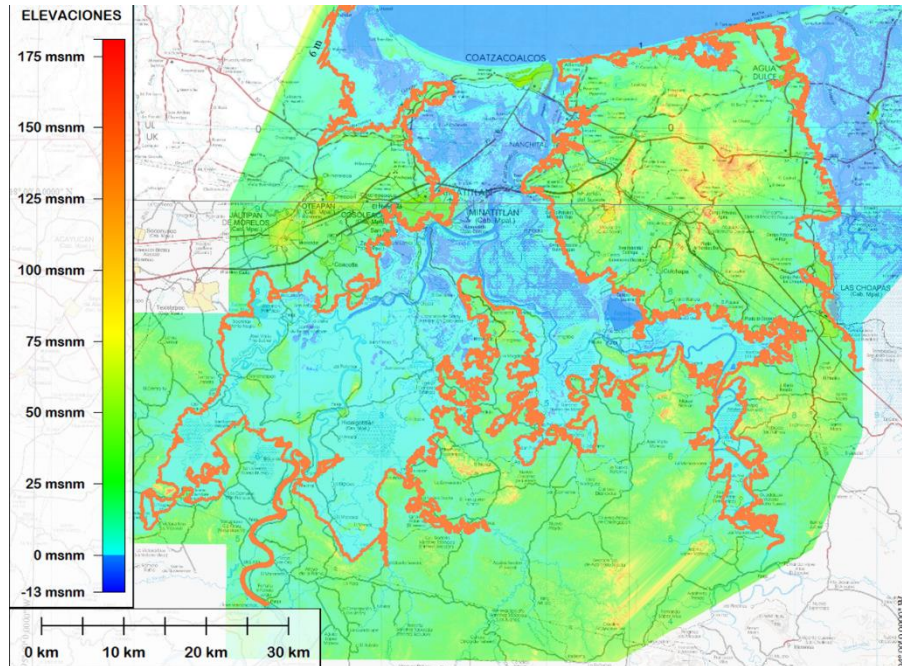
#### 4.8.2.2 CURVA ELEVACIONES-CAPACIDADES



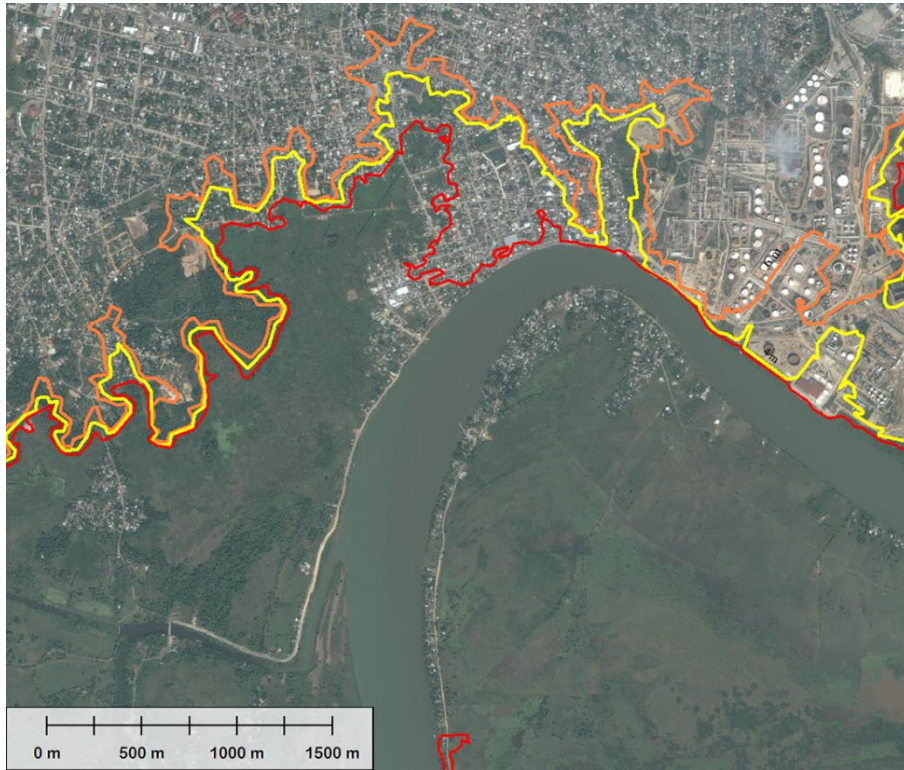
**Figura 8.3 Curva de nivel 2.0 msnm obtenida del LIDAR INEGI**



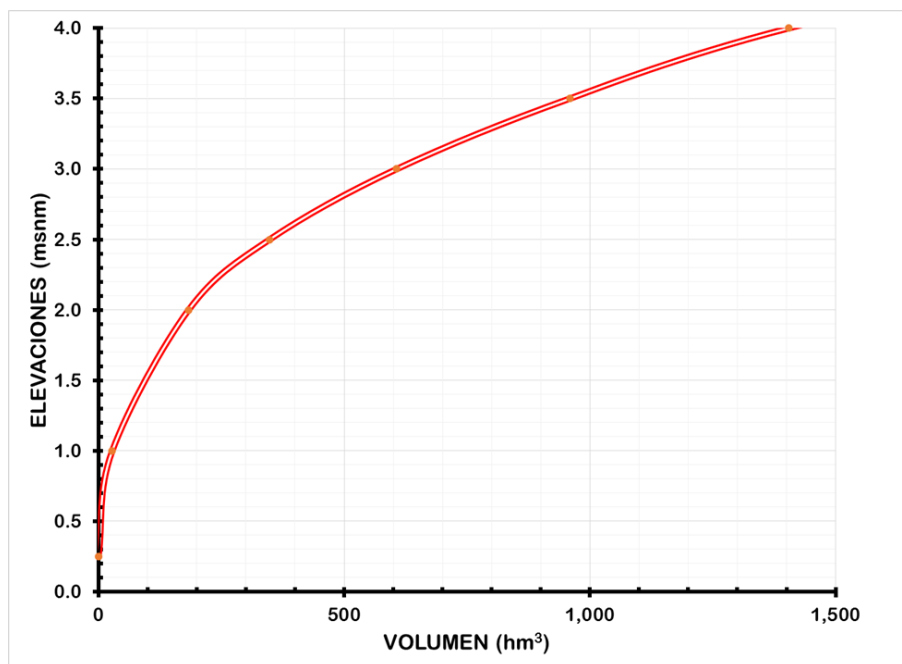
**Figura 8.4 Curva de nivel 4.0 msnm obtenida del LIDAR INEGI**



**Figura 8.5 Curva de nivel 6.0 msnm obtenida del LIDAR INEGI**



**Figura 8.6** Curvas de nivel 2.0, 4.0 y 6.0 msnm obtenida del LIDAR INEGI en la zona urbana de Minatitlán, Ver.



**Figura 8.7** Curva elevaciones vs capacidades de la zona en estudio. LIDAR INEGI

### 4.8.3 MODELO MATEMÁTICO SIMPLIFICADO

Para un análisis simplificado en la zona de estudio, se desarrolló un modelo matemático para simular un tránsito de avenidas en un vaso, en donde las condiciones de entrada corresponden a los hidrogramas de las estaciones hidrométricas “Las Perlas” y “Tierra Morada” así como las precipitaciones en la zona de estudio. La salida del sistema corresponde a la sección del río Coatzacoalcos estimada con el LIDAR en el puente “Coatzacoalcos II”.

Para determinar el tránsito de la avenida en vasos se hace uso de la ecuación de continuidad que está expresada por los siguientes términos

$$I - O = \frac{dV}{dt} \quad 8.1$$

En donde:

I=Gasto de entrada al vaso

O=Gasto de salida del vaso

$\frac{dV}{dt}$  =Variación del volumen almacenado en el tiempo

O bien expresado en diferencias finitas:

$$\frac{I_i+I_{i+1}}{2} + \frac{O_i+O_{i+1}}{2} = \frac{V_{i+1}-V_i}{\Delta t} \quad 8.2$$

Donde los subíndices i e i+1 expresan valores al comienzo y al final del intervalo de tránsito  $\Delta t$  respectivamente.

En el tránsito de avenidas el valor del  $\Delta t$  es considerablemente más pequeño en comparación al empleado en la simulación del funcionamiento de vasos, en el primero de los casos  $\Delta t$  es del orden de horas, mientras que en el segundo de ellos  $\Delta t$  es en general de un mes. Por esta razón, durante el tránsito de una avenida los términos de la lluvia directa en el vaso, la evaporación y la infiltración tienen valores muy pequeños y son ignorados. Es recomendable que el  $\Delta t$  que se esté usando sea menor o igual a una décima parte del tiempo de pico del hidrograma de entrada, expresado como sigue:

$$\Delta t \leq 0.1t_p \quad 8.3$$

Durante el tránsito de una avenida por un vaso, los hidrogramas de entradas y salidas son de la forma que se muestran en la figura 8.8. En la gráfica se observa que antes del tiempo

$t_0$ , las condiciones están establecidas y la entrada es igual a la salida. En el intervalo  $t_0 < t < t_1$ , la entrada es mayor a la salida y de acuerdo a la ecuación 8.1, aumenta el volumen almacenado y el nivel en el vaso. En el tiempo  $t_1$  se alcanza el máximo volumen de almacenamiento y el máximo nivel del vaso. El área que se forma entre los dos diagramas entre  $t_0$  y  $t_1$ , es el volumen máximo almacenado que habrá en la presa, lo que significa que será el volumen de superalmacenamiento requerido para la avenida de entrada  $I(t)$  considerada, y el nivel que tiene el vaso en el tiempo  $t_1$  será el NAME necesario para esa misma avenida.

$$V_s = \int_{t_0}^{t_1} (I - O) dt \quad 8.4$$

Cuando  $t < t_1$ , las salidas son mayores a las entradas y por la ecuación 8.1, el volumen almacenado en el vaso disminuye.

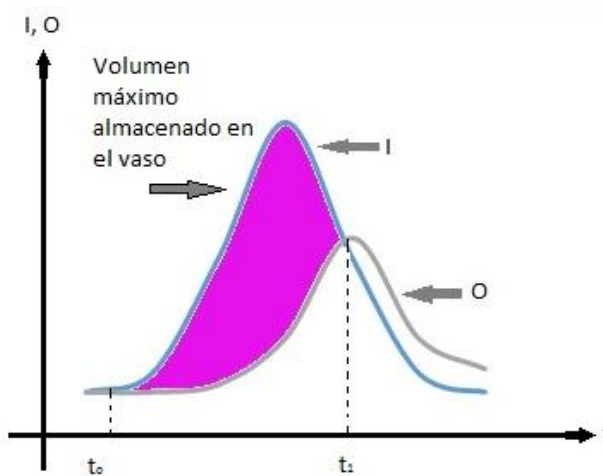


Figura 8.8. Hidrogramas de entrada (I) y salida (O) Aparicio Mijares, 1989

Al analizar el tránsito de una avenida por un vaso, en cualquier instante que se requiera, se cuenta con los datos  $I$ ,  $O$  y  $V$  (en la ecuación 8.2) y se desean conocer en  $i+1$ . Por lo que la ecuación de continuidad tiene dos incógnitas,  $O_{i+1}$  (el caudal que sale del almacenamiento) y  $V_{i+1}$  (el volumen almacenado), ambos al final del intervalo de tiempo, por lo que se requiere de una ecuación adicional para tener un sistema determinado. Esta ecuación es la que relaciona los gastos que salen por el vertedor con la altura de la superficie libre del agua, que generalmente tiene la forma de la ecuación que se presenta a continuación:

$$O_v = CL(E - E_0)^{3/2}, \quad E > E_0$$

Donde:

$E$  = elevación de la superficie libre del vaso, m.

$E_0$  = elevación de la cresta del vertedor, m.

$L$  = longitud de la cresta del vertedor, m.

$C$  = es un coeficiente de descarga.

$O_v$  = gasto por el vertedor de excedencias,  $m^3/s$ .

Para el coeficiente de descarga ( $C$ ) el valor que adopta normalmente es de 2, lo que es un valor cercano para realizar el cálculo del tránsito de una avenida. Claro que si  $E < E_0$ ,  $O_v$  será igual a cero.

Una manera de resolver esta ecuación se basa en emplear una curva auxiliar, donde se relacionen las incógnitas. En este caso se propone emplear una curva o ecuación auxiliar a la dada por  $\frac{2V}{\Delta t} + O$  vs  $O$ , que se obtiene de las curvas elevaciones-capacidades y elevaciones-gastos.

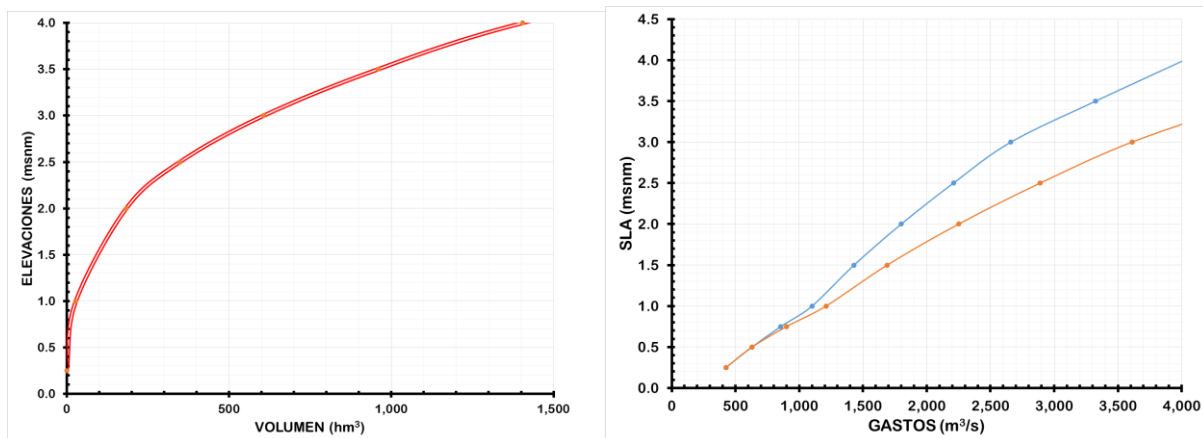


Figura 8.9. Curvas elevaciones vs capacidades y curva de descarga del río Coatzacoalcos

Hay varios métodos de solución para obtener el hidrograma de salida, entre los que destacan los métodos gráficos, el método de embalse horizontal, denominado también como método de piscina nivelada. Otro método completamente numérico y que no requiere de la relación