Unidades de aprendizaje autónomo

PENSAMIENTO MATEMÁTICO

DIRECTORIO INSTITUCIONAL

Aurelio Nuño Mayer
Secretario de Educación Pública

Joel Guerrero Juárez
Director General del Consejo Nacional de Fomento Educativo

Lilia Dalila López Salmorán
Directora de Educación Comunitaria e Inclusión Social

Olaya Hetzel Hernández Lugo
Directora de Educación Inicial

Alejandro Tuirán Gutiérrez
Director de Planeación y Evaluación

Norberto Sánchez Romero
Director de Delegaciones y Concertación con el Sector Público

Juan Martín Martínez Becerra
Director de Comunicación y Cultura

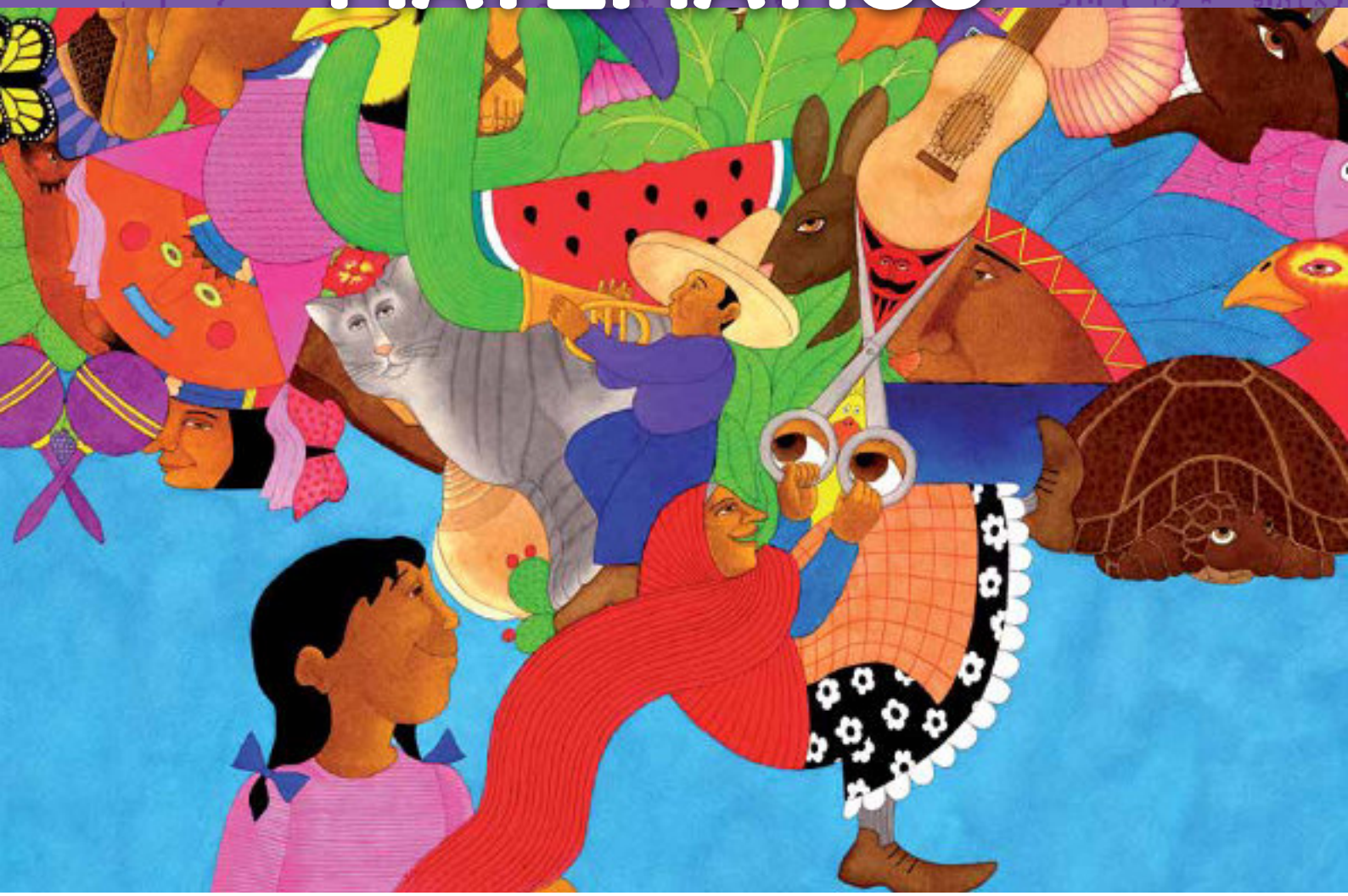
Enrique Torres Rivera
Director de Administración y Finanzas

Susana Encarnación Cortés
Directora de Asuntos Jurídicos

Alejandro Ávila Villanueva
Titular del Órgano Interno de Control

Unidades de aprendizaje autónomo

PENSAMIENTO MATEMÁTICO



MÉXICO
GOBIERNO DE LA REPÚBLICA

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

conafe
Consejo Nacional de Fomento Educativo

LEGAL

PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Edición
Consejo Nacional de Fomento Educativo

Compilación
Iván Cabrera Delgado
Araceli Castillo Macías
Alfonso González López
Efraín Pérez Farelas
Verónica Silva Mosqueda
Guillermina Valderrábano Bravo
Mirna Vázquez Martínez
María del Rosario Zúñiga Galván

Ilustración
Laura Almeida
Felicity Rainnie
© Shutterstock.com
Javier Velázquez

Ilustración de portada y lomo
Claudia de Teresa

Fotografía
Alfredo Jacob
© Shutterstock.com

Diseño
Renato Horacio Flores González

Diseño de portada
Cynthia Valdespino Sierra

Coordinación académica
Lilia Dalila López Salmorán
Araceli Castillo Macías

Primera edición: 2016
D.R. © Consejo Nacional de Fomento Educativo
Av. Insurgentes Sur, núm. 421,
Edificio B, col. Hipódromo, CP 06100,
del. Cuauhtémoc, Ciudad de México.

ISBN de obra completa: en trámite
ISBN: : en trámite

Impreso en México

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos la participación de las siguientes personas por su colaboración y apoyo en la compilación de estos materiales.

A Lawrence Morales por permitirnos reproducir el texto “Early Mathematical Development” (*History of Mathematics for Liberal Arts* by Lawrence Morales CC-BY-NC-SA) en la unidad de aprendizaje “Las losetas. Números enteros”. A Janis Herbert por su aportación a la unidad “Lo equitativo, lo justo y el cambio en matemáticas. Proporcionalidad y funciones” con el texto de la página 126 (excerpted from *Leonardo da Vinci for Kids* by Janis Herbert. Copyright © 1998 by Janis Herbert. Reprinted by permission of Chicago Review Press). A Isabel García y Aron Lesser, becarios del Programa Princeton in Latinoamérica por su apoyo en la selección y revisión de los textos en inglés incluidos en este material. Y también un agradecimiento especial para los equipos técnicos que, con sus aportaciones como participantes de la comunidad de aprendizaje, ayudaron al enriquecimiento y mejora de este material. Finalmente, a Isabel García y Aron Lesser, becarios del programa Princeton in Latin America por su apoyo en la selección y revisión de los textos en inglés incluidos en este material.

Bienvenida

Estimadas y estimados estudiantes:

El Consejo Nacional de Fomento Educativo elaboró este material para apoyar el estudio que realizas de los temas referidos a los campos formativos, durante tu paso por la educación básica.

Cada unidad está relacionada con un tema articulador. Con la realización de las actividades propuestas vas a adquirir los conocimientos, habilidades o destrezas referidas a dicho tema. Paulatinamente irás logrando un mayor dominio y un aprendizaje más profundo, para lo cual será fundamental el apoyo que te brinde el Líder para la Educación Comunitaria (LEC), así como la colaboración y el diálogo que establezcas con tus compañeros de grupo, tanto con aquellos que han adquirido con anticipación esos aprendizajes como con los que apenas empiezan el estudio del tema. Por esta razón le hemos llamado a este modelo Aprendizaje Basado en la Colaboración y el Diálogo (ABCD).

Confiamos en que este material te será de mucha utilidad. Procura mantenerlo en buen estado, ya que es tu guía para toda la educación básica. Te deseamos que disfrutes mucho cada uno de los aprendizajes que obtengas y los compartas con los integrantes de tu familia y de tu comunidad.

Consejo Nacional de Fomento Educativo

Presentación

El Conafe pone en tus manos la colección de Unidades de Aprendizaje Autónomo, destinada a favorecer el aprendizaje de estudiantes, padres de familia y comunidad en general, así como de todos los que colaboramos en el Conafe.

Para que logres el aprendizaje deseado en los distintos temas es importante que atiendas los momentos y desafíos que se te proponen, de acuerdo con los siguientes apartados:

PARA INICIAR

Es la primera sesión de las unidades, su finalidad es la reflexión sobre tu interés y tus expectativas acerca del estudio del tema.

PRESENTACIÓN DEL TEMA

En este apartado encontrarás una introducción al tema a partir de preguntas de reflexión que te ayudarán a relacionar los contenidos con tus experiencias de vida.

PROPÓSITOS GENERALES Y ESPECÍFICOS

En esta sesión se establecen las metas que se plantea alcanzar en el estudio de la unidad, cada propósito específico corresponde a un nivel de profundidad en el estudio.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En cada unidad se proponen desafíos y enfrentar ciertos retos, como analizar textos literarios, científicos, históricos y matemáticos. Algunos textos están escritos en inglés, otros más en alguna lengua indígena, todos te serán de ayuda para que te ejercites en el proceso de aprender por cuenta propia.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Después de que trabajes cada desafío es importante que reflexiones y discutas con tu tutor los principales aprendizajes obtenidos. En todo momento, pero sobre todo en este, será muy importante que registres lo que has aprendido y lo que se te ha dificultado.

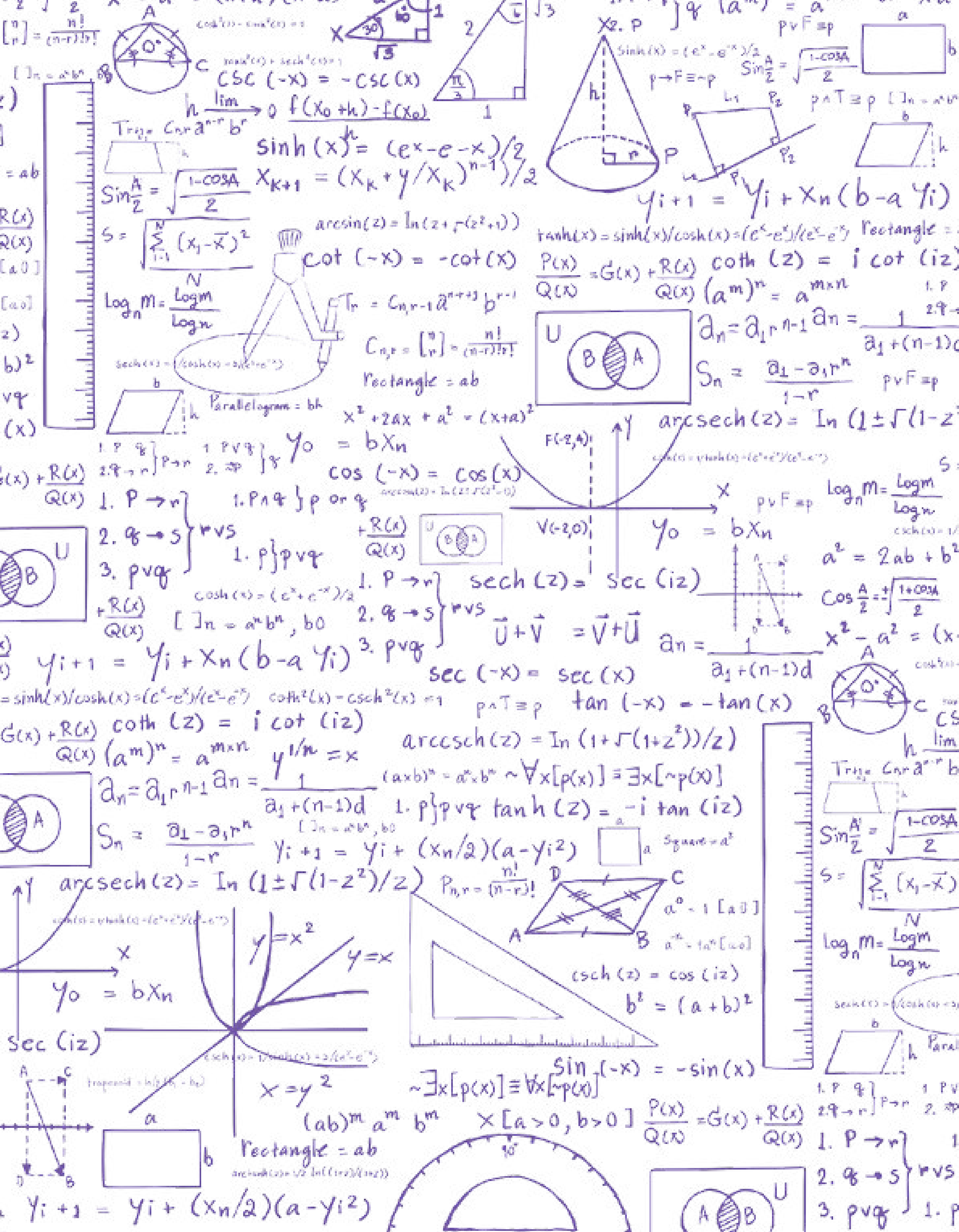
REVISA TU AVANCE

En este apartado, encontrarás el trayecto de aprendizajes que se espera lograr con el estudio, identifica tus avances y tus retos.

PARA SEGUIR APRENDIENDO

En esta sesión encontrarás la bibliografía de otros materiales donde puedes encontrar más información del tema.

Esperamos que todas las Unidades de Aprendizaje Autónomo sean de tu agrado y te permitan aprender y compartir, haciendo así posible que ¨Donde está el Conafe todos aprendemos¨.


CSC (-x) = -CSC (x)
sinh (x) = (e^x - e^-x)/2
Sin A/2 = √((1-COSA)/2)
cot (-x) = -cot (x)
Log_n m = Log m / Log n
rectangle = ab
Parallelogram = bh
cos (-x) = cos (x)
y0 = bXn
coth (z) = i cot (iz)
(a^m)^n = a^(m×n)
Sn = (a1 - a1 r^n)/(1-r)
arcsech (z) = In (1 ± √(1-z²)/z)
sech (z) = sec (iz)
U + V = V + U
sec (-x) = sec (x)
tan (-x) = -tan (x)
arccsch (z) = In (1 + √(1+z²))/z
tanh (z) = -i tan (iz)
yi+1 = yi + (xn/2)(a - yi²)
yi+1 = yi + xn (b - a yi)
csch (z) = cos (iz)
sin (-x) = -sin (x)
y = x²
y = x
x = y²
(ab)^m a^m b^m
x [a > 0, b > 0]
1. p → r
2. q → s
3. p v q
p v F ≡ p
p ∧ T ≡ p

ÍNDICE

Página

Menú temático 10

Las losetas. Números enteros 11

La pastelería. Números racionales 27

De la regularidad a la generalización. Patrones y progresiones 43

El lenguaje del álgebra. Ecuaciones 56

Más que figuras planas. Formas geométricas 70

Como grandes exploradores. Ubicación espacial 85

Y solo es comparar... Medida 97

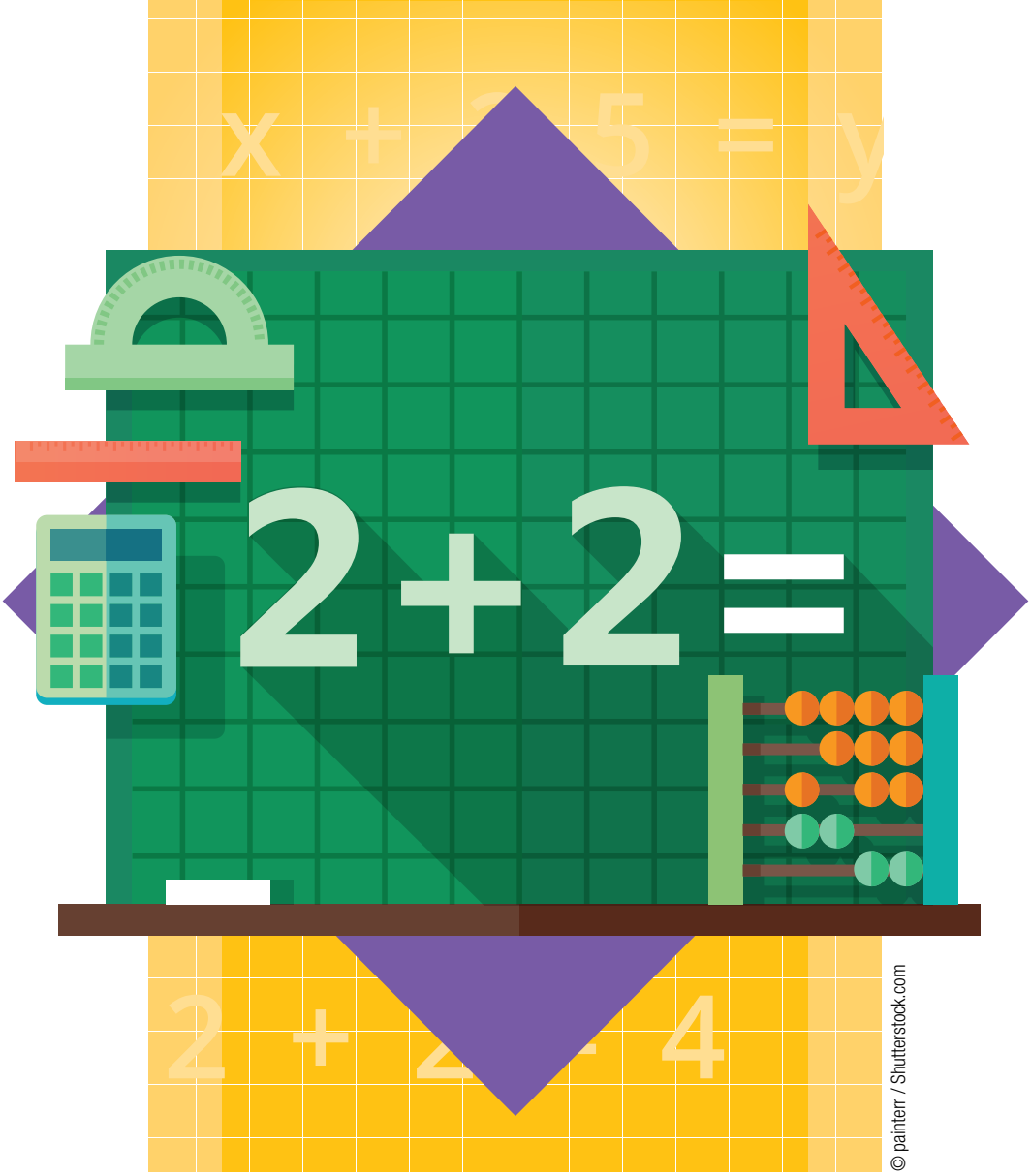
Lo equitativo, lo justo y el cambio en matemáticas.
Proporcionalidad y funciones 114

Analicemos el dato. Análisis y presentación de datos 127

Águila o sol. Nociones de probabilidad 138

MENÚ TEMÁTICO

CAMPO FORMATIVO	DIMENSIÓN CURRICULAR	TEMAS	UNIDADES DE APRENDIZAJE	EJES TRANSVERSALES		
Pensamiento matemático	Sentido numérico y pensamiento algebraico	Números enteros	Las losetas	Ámbito de Estudio: Expresión oral y producción de textos	Interculturalidad	Ciudadanía
		Números racionales	La pastelería			
		Patrones y progresiones	De la regularidad a la generalización			
		Ecuaciones	El lenguaje del álgebra			
	Forma, espacio y medida	Formas geométricas	Más que figuras planas			
		Ubicación espacial	Como grandes exploradores			
		Medida	Y solo es comparar…			
	Manejo de la información	Proporcionalidad y funciones	Lo equitativo, lo justo y el cambio en matemáticas			
		Análisis y presentación de datos	Analicemos el dato			
		Nociones de probabilidad	Águila o sol			



© painterr / Shutterstock.com

LAS LOSETAS

NÚMEROS ENTEROS

PARA INICIAR

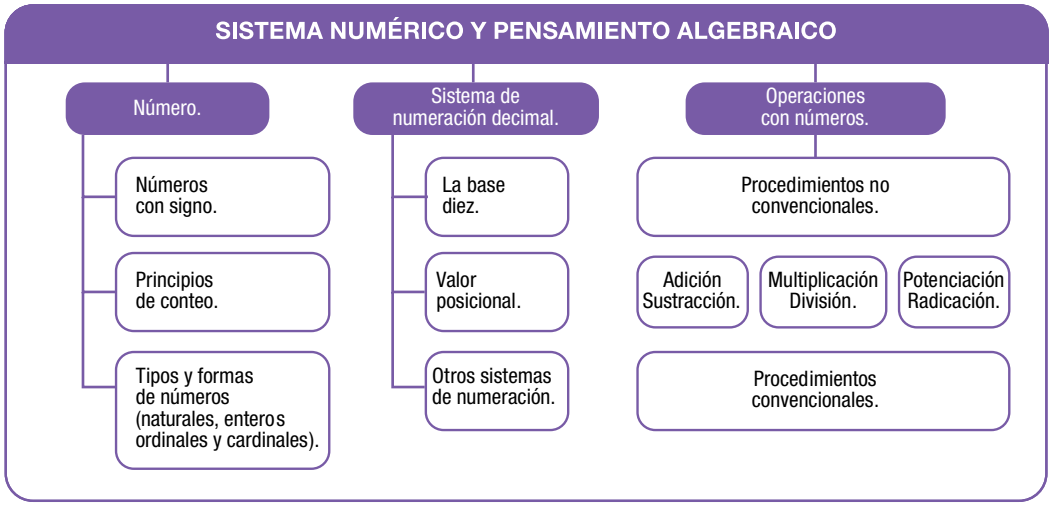
Inicia tu registro de proceso de aprendizaje reflexionando y describiendo por qué te interesa estudiar el tema y qué es lo que te gustaría aprender.

PRESENTACIÓN DEL TEMA

¿Sabías que los números enteros están más cerca de ti de lo que te imaginas? En la cantidad de sopa que hacen en tu casa para comer, la distancia que hay entre tu casa y la escuela o en tu fecha de cumpleaños, las matemáticas están ahí. En ocasiones, solo nos hace falta hacer un alto en nuestras actividades para descubrirlas.

En esta unidad de aprendizaje encontrarás que los números enteros, además de estar presentes en nuestra vida diaria, nos sirven para resolver diferentes problemáticas. Para ello, muchas veces es necesario realizar operaciones con los números enteros y cada persona tiene formas diferentes de realizarlas; aquí conocerás que existen otras formas igualmente útiles y que son convencionales. Te invitamos al estudio profundo de los números enteros con la seguridad de que no tienes nada que perder y sí mucho que aprender.

Como puedes observar en el siguiente esquema, en el estudio del tema trabajaremos los conceptos básicos del número, el conteo y las operaciones básicas que nos permitirán enfrentarnos a diversos problemas:



PROPÓSITO GENERAL

Conoceremos a los números enteros y las diferentes formas de operarlos y usarlos para resolver situaciones de la vida diaria, tanto dentro como fuera de la escuela.

PROPÓSITOS ESPECÍFICOS

- Analizaremos situaciones diversas que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos para la resolución de problemas, así como distintas formas de sumar y restar números naturales.
- Conoceremos el funcionamiento de las cuatro operaciones básicas para resolver problemas, así como la relación que hay entre aritmética y geometría.
- Resolveremos problemas que impliquen el uso y operación de los números enteros, utilizando diversas estrategias de solución.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Es importante que pongas atención en la información que te da el siguiente desafío, lo que te pide y cómo se relacionan estos elementos, para construir tu estrategia de solución.

Se quiere cubrir un espacio de suelo rectangular de 450 cm de largo y 360 cm de ancho con losetas cuadradas de igual medida. ¿Cuál es el menor número de losetas que se necesitan para cubrir el piso? No se vale cortar losetas.

Si no se pidiera como condición usar el menor número de losetas:

a. ¿Cuántas soluciones tendría el problema?
b. ¿Cuáles serían las dimensiones de las losetas en cada solución?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra tu estrategia de solución y tus reflexiones respecto a qué son los números, qué formas encontraste de operarlos, cómo se ayudan mutuamente la geometría y la aritmética; así como en qué situaciones utilizarías esos aprendizajes dentro y fuera de la escuela.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el siguiente desafío descubrirás cómo se comportan los números con signo, es decir, los números negativos y los positivos. Es importante que centres tu atención en qué significa que un número tenga signo positivo o que tenga signo negativo.

En la siguiente tabla se muestran las temperaturas mínimas y máximas extremas y la temperatura promedio alcanzadas en enero de 2015 en 6 entidades de la República Mexicana.[1]

ENTIDAD	TEMPERATURA MÍNIMA EXTREMA**	TEMPERATURA MÁXIMA EXTREMA**	TEMPERATURA MÍNIMA PROMEDIO	TEMPERATURA MÁXIMA PROMEDIO	TEMPERATURA PROMEDIO
Guerrero	3	40*	17*	31*	24*
Querétaro	1	33	8*	22*	15
Sonora	-10	36*	8*	24*	16*
Tlaxcala	-3	26*	3*	21*	12*
Veracruz	-7	34*	12*	22*	17*
Yucatán	6	36	17*	29*	23*

* Datos redondeados con fines de trabajo con números enteros.

** Las temperaturas extremas corresponden a las alcanzadas en el mes de enero de 2015 en lugares y días específicos, diferentes para cada temperatura en cada entidad.

¿En cuál de las 6 entidades la temperatura mínima extrema fue más significativa?

¿En cuál de las 6 entidades la temperatura máxima extrema fue más significativa?

¿Qué entidad presentó mayor amplitud térmica en el mes de enero de 2015?

[1] Comisión Nacional del Agua, Reporte del clima en México. Enero 2015, http://smn1.conagua.gob.mx/climatologia/analisis/reporte/RC-Junio15.pdf (Fecha de consulta: 29 de marzo de 2016).

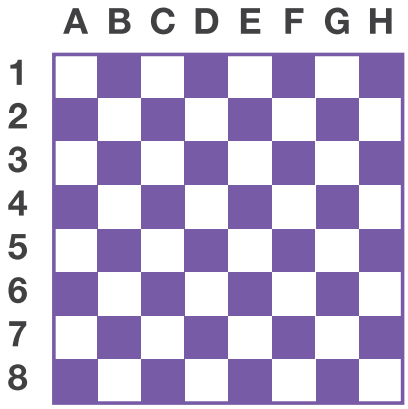
ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

No olvides registrar tu estrategia de solución y tus reflexiones respecto a qué son los números con signo y cómo se operan.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Con el siguiente desafío conocerás la operación llamada potenciación. Es importante que identifiques cómo se operan los números enteros con la potenciación.

Observa el siguiente tablero. Si colocaras una moneda de $1 en la primera casilla, 2 en la segunda, 4 en la tercera y, así sucesivamente, colocar en cada casilla el doble de la anterior, hasta llegar a la última. ¿Cuántas monedas de $1 tendrías en la última casilla?



ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro con tus aprendizajes respecto a la potenciación de los números enteros.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el siguiente desafío conocerás la operación llamada radicación. Observa y reflexiona respecto a qué relación tiene la radicación con la potenciación.

En un terreno cuadrado de 16,384 m^2 se van a plantar naranjos, utilizando el trazado de cuadro. Si la distancia que debe existir entre cada árbol por hilera y la distancia entre hileras es de 8 metros, ¿cuántos naranjos se pueden sembrar en el terreno?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

No olvides continuar con tu registro de aprendizaje, considerando tus reflexiones respecto a la radicación y las dificultades que se te presentaron y cómo las fuiste resolviendo.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Con el siguiente texto, descubrirás otros sistemas de numeración que algunas culturas utilizaron a través del tiempo. También identificarás propiedades y características del sistema decimal, lo cual te permitirá nutrir los aprendizajes que adquiriste al resolver los desafíos:

SISTEMAS DE NUMERACIÓN[2]

Los egipcios representan una de las civilizaciones más antiguas y desarrolladas del mundo. Gracias a la existencia de los papiros de Rhind, y de sus múltiples jeroglíficos, es que se sabe algo acerca de su aritmética.

Aunque emplearon el sistema duodecimal en la subdivisión del año (en 12 meses, correspondientes a sus 12 dioses principales) y del día (en 12 horas de

[2] José Manuel Becerra, "Unidad II", en Sistemas de numeración, (Colegio de Matemáticas de la EPN-UNAM), 1-3, http://dgenp.unam.mx/direccgral/secacad/cmatematicas/pdf/m4unidad02.pdf (Fecha de consulta: 19 de marzo de 2016).

claridad y 12 de tinieblas), su numeración era decimal y contaba con signos jeroglíficos para las cifras del uno al diez y para cien, mil, diez mil, cien mil y un millón.

Los babilonios, al igual que los egipcios, desarrollaron su propio sistema de numeración, ellos escribían sobre tablillas de arcilla, en donde utilizaban la escritura cuneiforme y no tenían ningún símbolo para representar el cero. Utilizaban un sistema de numeración de valor posicional a través de dos símbolos básicos en forma de cuña. Una en forma vertical para las unidades y otra en forma horizontal para las decenas.

Los mayas inventaron un sistema de numeración en donde aparece por primera vez el cero, además de que su base era el 20, ya que se cree que tal vez sea por el hecho de contemplar los dedos de pies y manos. Esta civilización representó cada cantidad por medio de símbolos que según la posición que ocupaban adquiría cierto valor, es decir el sistema maya así como el decimal es un sistema de posiciones. El símbolo del cero en cualquier posición indica ausencia de cantidad.

Los hindúes representaron con nueve símbolos diferentes, uno por cada número del 1 al 9. Estos han cambiado con el tiempo, pero llegaron a Europa en su forma actual en el siglo XVI.

Por su parte, los griegos y los hebreos, utilizaron nueve símbolos diferentes para estos números. En cada caso, los símbolos eran las primeras nueve letras de sus alfabetos.

El Imperio Romano desarrolló un sistema de numeración que se usó en Europa hasta el siglo XVII. En la actualidad es muy conocido y se usa para indicar los tomos de una obra, los capítulos de un libro, el nombre del siglo, el nombre de una época, para las fechas, para los personajes de mismo nombre y las horas en las carátulas de algunos relojes.

SISTEMA DECIMAL

[...] La numeración que se utiliza en la actualidad fue heredada por los árabes, por lo que a sus caracteres los llamamos arábigos. En un principio hubo dos clases de números arábigos: los del Imperio de Oriente y de Occidente de

Europa. En México se emplean los occidentales, que fueron llevados por los moros a España, los números orientales se usan en Turquía, Egipto, Arabia y los países vecinos.

De acuerdo a lo expuesto anteriormente, la numeración egipcia y la romana, empleaban la base 10 pero no usaban el principio de posición. Otras numeraciones como la maya y la babilonia, usaban el principio de posiciones pero no usaban la base 10. En el sistema decimal se usan los dos principios, es decir se utiliza la base 10, además de que las cifras tienen su valor según la posición que estas ocupen.

Al decir que un sistema es de base 10, significa que hace uso de 10 símbolos o guarismos únicamente, es decir, los símbolos de base 10 son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Los dígitos pueden tener dos valores: un valor absoluto que es el que indica el número de unidades que lo forman y un valor relativo que es el que adquieren según la posición que ocupan.

Ejemplo. El valor absoluto de los dígitos que forman 496 es: 4, 9, 6. Por su parte, el valor relativo es 400, 90 y 6. Las cifras que intervienen en un número se dividen en períodos de seis cifras cada uno de la siguiente forma:

TERCER PERIODO *BILLONES*						SEGUNDO PERIODO *MILLONES*						PRIMER PERIODO *UNIDADES*					
SEGUNDO GRUPO *MILES*			PRIMER GRUPO *UNIDADES*			SEGUNDO GRUPO *MILES*			PRIMER GRUPO *UNIDADES*			SEGUNDO GRUPO *MILES*			PRIMER GRUPO *UNIDADES*		
Tercer grupo *centenas.*	Segundo grupo *decenas.*	Primer grupo *unidades.*	Tercer grupo *centenas.*	Segundo grupo *decenas.*	Primer grupo *unidades.*	Tercer grupo *centenas.*	Segundo grupo *decenas.*	Primer grupo *unidades.*	Tercer grupo *centenas.*	Segundo grupo *decenas.*	Primer grupo *unidades.*	Tercer grupo *centenas.*	Segundo grupo *decenas.*	Primer grupo *unidades.*	Tercer grupo *centenas.*	Segundo grupo *decenas.*	Primer grupo *unidades.*

El período de la derecha son las unidades, el siguiente son los millones, el siguiente es el de los billones, etc.

Cada período se puede dividir en dos grupos de tres cifras cada uno: las unidades y los millares, a su vez cada grupo se divide en unidades, decenas y centenas.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Recuerda registrar las reflexiones y conclusiones a las que llegaste con la lectura del texto.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Para continuar con el estudio del tema, el siguiente texto te permitirá conocer la forma en que se comportan las operaciones básicas en situaciones ordinarias, lo cual te permitirá integrar lo que has aprendido.

EL PAÍS DE LAS MATEMÁTICAS[3]

Érase una vez un nomio que anhelaba, más que nada en la vida, ir al País de las Matemáticas. Quería trepar por la geometría y deslizarse por largas ecuaciones. Ahí no vivían más que cifras, bellas cifras con las que uno podía hacer toda clase de acrobacias. Desde contarse los dedos de los pies hasta calcular el tiempo que un astronauta tardaría en recorrer la distancia entre la Tierra y la Luna.

El nomio esperó hasta que se desesperó, y una buena mañana, al despertar, se dijo, "Ya no esperaré más. Voy a ir al País de las Matemáticas porque es ahí donde quiero estar."

Y, sin voltear para atrás, emprendió su camino. Primero, pasó a una mapería, o sea una tienda donde venden mapas para llegar a cualquier parte. Y se compró un mapa para orientarse. Con su mapa en la mano, el nomio se sentía aún más intrépido. Abriéndolo con mucho cuidado, leyó:

Para llegar al país de las matemáticas, haz lo siguiente, sin saltarte ninguna indicación:
Sal de la ciudad siguiendo las flechas grandes.

[3] Consejo Nacional de Fomento Educativo, ***Arte, ciencia y técnica II,*** Colección Colibrí, (México: SEP Subsecretaría de Educación Básica y Normal, 1997), 49-63.

El nomio leyó esto, y levantó la vista. Justamente, en la esquina de enfrente, había una flecha grande y otra chica. Doblando su mapa, el nomio atravesó la calle, y se echó a andar en la dirección que señalaba la flecha grande. Ya fuera de la ciudad, no veía ninguna otra flecha, de manera que volvió a consultar su mapa.

En el campo encontrarás una gran piedra en forma de guajolote. de esa piedra parten un camino recto y otro curvo. toma el camino recto hasta llegar a un corral cerrado. asómate y adentro verás un conjunto de ovejas.

El nomio caminó y, efectivamente, después de un rato llegó a un corral cerrado, en donde estaban varias ovejas.

Del otro lado del camino un poco más adelante hay otro corral, pero abierto. afuera de ese corral, verás otro conjunto de ovejas. mete las ovejas a ese corral abierto y sepáralas por colores.

Al leer aquello, el nomio se sintió algo nervioso. Él no era pastor, y nunca había tratado a ovejas. No sabía a ciencia cierta si no les daba por morder o patear. Pero, armándose de valor, procedió a seguir las instrucciones del mapa.

Realmente, no estaba muy a gusto. Él quería ir al País de las Matemáticas, no cuidar ovejas. ¿Qué tenían que ver las ovejas con las matemáticas?

En fin. Ya había logrado meter las ovejas al corral, y ya estaban separadas por color: las blancas en un rincón y las cafés en otro. ¿Y ahora qué?

Acabas de formar un sub-conjunto café y otro sub-conjunto blanco, leyó en el mapa.

Afuera del corral hay un bote. en él encontrarás unas campanas. ponle una a cada oveja. no debe faltarte ni sobrarte ni una.

El nomio no tardó en encontrar el bote de campanas, y ya con un poco más de confianza, le amarró una campana a cada oveja. Ni le faltaron, ni le sobraron.

Ahora, cruza el camino y ve si en el corral cerrado hay una oveja para cada oveja que hay en el corral abierto.

Afortunadamente, el nomio traía su plumón, y se le ocurrió marcar una oveja del corral abierto y otra del corral cerrado, y otra del corral abierto y otra del corral cerrado, y así hasta terminar con todas...

Pero sobraba una oveja en el corral cerrado, una oveja negra. Un tanto agotado, el pobre nomio se sentó a un lado del camino y abrió una vez más su mapa.

El nomio tuvo que ir a asomarse varias veces a cada corral, para asegurarse de que por cada oveja había puesto una piedrita o una piedrota. Pero, finalmente se sentó frente a sus dos corrales. Estaba satisfecho. Volvió a consultar su mapa.

Saca las piedras de los corrales y frente a cada piedrita pon una piedrota.

Eso era fácil, eso lo podía hacer sentado ahí mismo. Alineó todas sus piedritas y frente a cada una colocó una piedrota, pero sobraba una. "Claro," gritó el nomio. "¡Es la oveja negra!"

Has formado una línea de piedritas y otra línea de piedrotas. cada línea es una cantidad, y cada cantidad tiene su nombre, que es un número. una piedra sola es una. una piedra más otra son dos. dos piedras más otra son tres. tres piedras más otra son cuatro. cuatro piedras más otra son cinco. cinco piedras más otra son seis. seis piedras más otra son siete. siete piedras más otra son ocho. ocho piedras más otra son nueve. y nueve piedras más otra son 10. y así hasta nunca acabar...

Ahora, ponle su número a tu línea de piedritas, y a tu línea de piedrotas.

"¿A ver?", dijo el nomio. "Una piedrita más otra son dos. Dos piedritas más otra son tres..." Tenía nueve piedritas y diez piedrotas.

Ya puedes contar, leyó el nomio en su mapa. *ahora cuenta las ovejas blancas y cuenta las ovejas cafés que están en el corral abierto.*

El nomio alineó cuatro piedritas que eran las ovejas blancas, y abajo de esas alineó otras cinco que eran las ovejas cafés. Eran todas sus piedritas. O sea cuatro mas cinco eran nueve.

Ya puedes sumar. y si entre estas nueve ovejas hay dos que están sucias y las sacas del corral, ¿cuántas te quedan?

"A nueve le quito dos", dijo el nomio moviendo sus piedritas.
Quedan... ¡siete!

Ya puedes restar. y si esas dos ovejas sucias se enojan porque las sacaste del corral y cada una de ellas te da tres topes, habrás recibido tres topes por dos ovejas, o sea...
¡seis topes!

Ya puedes multiplicar. y si las siete ovejas que quedaron en el corral, les repartes siete bultos de alfalfa, a cada una de las ovejas le tocará...
¡Un bulto!

Ya puedes dividir. Ah, ¡qué bonito!, pensó el nomio mirando al cielo. Las nubes comenzaban a tornarse rosadas. Todo el día se le había ido en caminar y contar ovejas y piedras. Y aún no llegaba al País de las Matemáticas.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro anotando las reflexiones que te deja el texto.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Con el siguiente texto en inglés, conocerás un poco de la historia de las matemáticas, que te permitirá complementar el estudio del tema.

EARLY MATHEMATICAL DEVELOPMENT[4]

In terms of mathematics, influences of imperialism and trade over long distances served as the catalysts of mathematical development.

These were both relatively new to human society at the time and encouraged the establishment of news schools and temple scribes who could record and manage the new collections of information needed to support these endeavors.

However, everyday needs such as religion, commerce, and agriculture were even stronger influences on the development of mathematics.

Grain supplies had to be tracked and distributed among an increasingly large population. Daily business transactions and the use of wills encouraged the creation of numerical tables.

The building of dams, irrigation canals, granaries and other buildings necessitated calculations be made while the religious practices of the time were heavily reliant on having a dependable calendar.

This means keeping careful records of astronomical data.
In the following table, you can see a general breakdown of periods of history in the context of their mathematics.

As the table indicates, the Babylonians had what is called a sexagesimal place system, which means they had a base-60 system.

[4] History of Mathematics for Liberal Arts by Lawrence Morales **CC-BY-NC-SA**

PERIOD	MATHEMATICAL DEVELOPMENT
5000–3000BCE	Development of number concepts in prehistoric Middle East
3000–2000BCE	Evolution of the sexagesimal place value system in southern Iraq
2000–1600BCE	Arithmetic in Old Babylonian scribal schools
1600–0BCE	Old Babylonian mathematics

Also, notice that there is an entry in the table dealing with scribal schools.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro de aprendizaje integrando los aprendizajes que este texto ofrece.

REVISA TU AVANCE

Al finalizar el estudio de esta unidad, es momento de valorar los aprendizajes logrados y pensar en aquellos que tendríamos que volver a revisar con la finalidad de seguir profundizando en el estudio.

Ilustración: © Ivanova Martínez Murillo

INICIAL	BÁSICO			INTERMEDIO				AVANZADO		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Usas diferentes formas de expresión para comunicar, representar, y precisar cantidades que se utilizan en la vida diaria.	Comprendes problemas numéricos que se te plantean, estimas tus resultados y los representas usando dibujos, símbolos y/o números.	Modelas y resuelves problemas aditivos con distinto significado y resultados menores que 100, utilizando los signos +, -, =.	Resuelves problemas aditivos con diferentes significados, modificando el lugar de la incógnita y hasta con números de dos cifras.	Resuelves problemas que implican multiplicar mediante diversos procedimientos y comunicas tus estrategias para identificar y extraer información relevante.	Usas diversas estrategias de solución de problemas, como identificar expresiones aditivas, multiplicativas o mixtas que son equivalentes, para efectuar cálculos descritos explícitamente con números naturales.	Resuelves problemas simples de situaciones complejas que se pueden resolver con una división y utilizas el algoritmo convencional en los casos en que sea necesario.	Resuelves problemas aditivos y multiplicativos con números naturales que implican dos o más transformaciones, analizando diferentes representaciones de una misma situación.	Resuelves problemas aditivos y multiplicativos que implican el uso de números enteros compartiendo tus razonamientos y argumentos.	Usas diferentes formas de expresión para comunicar, representar, y precisar.	Comprendes problemas numéricos que se te plantean, estimas tus resultados y los representas usando dibujos, símbolos y/o números.

Ilustración: © Ivanova Martínez Murillo

PARA SEGUIR APRENDIENDO

Bibliografía sugerida:

Conafe. Arte, ciencia y técnica II. Colección Colibrí, 49-63. México: SEP, Subsecretaría de Educación Básica y Normal, 1997.

Becerra, José Manuel. Sistemas de numeración. Unidad II, Colegio de Matemáticas de la EPN-UNAM. 1-3. http://dgenp.unam.mx/direccgral/secacad/cmatematicas/pdf/m4unidad02.pdf (Fecha de consulta: 19 de marzo de 2016).

SEP. *Desafíos matemáticos*. Libro para el alumno. 1er grado. México: SEP. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, 2014.

SEP. *Desafíos matemáticos*. Libro para el alumno. 2do grado. México: SEP. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, 2014.

SEP. *Desafíos matemáticos*. Libro para el alumno. 3er grado. México: SEP. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, 2014.

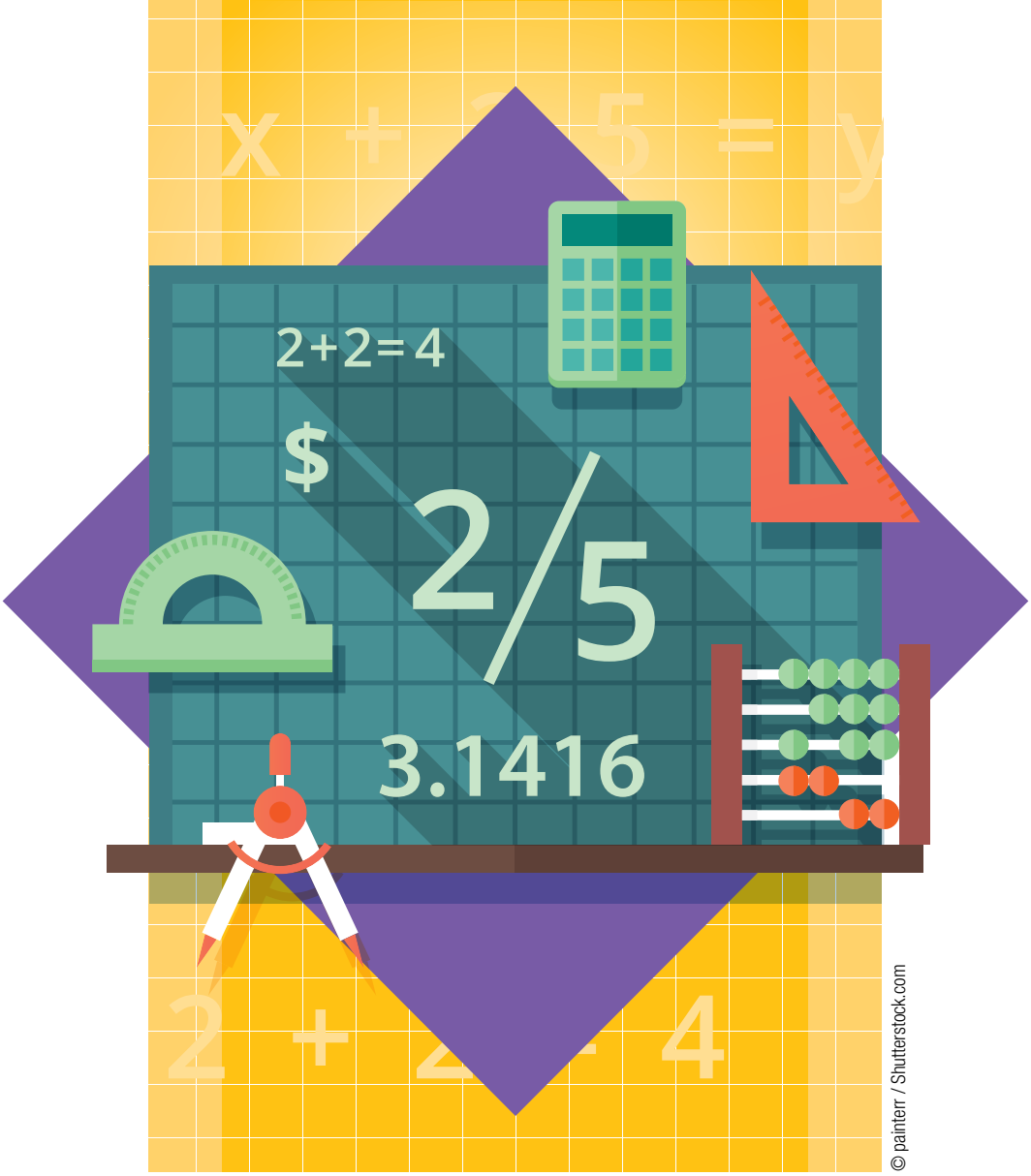
SEP. *Desafíos matemáticos*. Libro para el alumno. 6to grado. México: SEP. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, 2013.

Morales, Lawrence. Babylonian Mathematics. *History of Math for the Liberal Arts*, Chapter 3, Seattle Central Community College, 5, 2001.

http://www.seattlecentral.edu/sccconline/mat107/chapter03.pdf (Fecha de consulta: 7 de marzo de 2016).

SEP. *Matemáticas I.* Volumen I. Telesecundaria. México: SEP, 2014.

SEP. *Matemáticas I.* Volumen 2. Telesecundaria. México: SEP, 2014.



© painterr / Shutterstock.com

LA PASTELERÍA

NÚMEROS RACIONALES

PARA INICIAR

Inicia tu registro de proceso de aprendizaje reflexionando y describiendo por qué te interesa estudiar el tema y qué es lo que te gustaría aprender.

PRESENTACIÓN DEL TEMA

Los números enteros son muy importantes para contar cualquier cantidad de objetos, sin embargo hay situaciones en las que son insuficientes; por ejemplo, ¿qué harías si quisieras compartir tres chocolates entre siete de tus amigos y quisieras que a todos les tocara la misma cantidad de chocolate?, ¿cómo comunicarías por escrito tu estatura? En la vida cotidiana dentro y fuera de la escuela, ¿has vivido situaciones en las que los números enteros sean insuficientes?

En esta unidad de aprendizaje tendrás la oportunidad de resolver diversos problemas con los que conocerás a las fracciones y a los números fraccionarios y a los decimales, reflexionarás sobre las distintas formas de solución, expresarás tus ideas y podrás compartir tus aprendizajes en el aula, en tu casa y en tu comunidad. A partir de estudiar los principales conceptos, resultados y aspectos de los números fraccionarios y los decimales, es decir, los números racionales:

NÚMEROS RACIONALES

Números fraccionarios.		Números decimales.	
Conceptualización.	Partes de una fracción.	Conceptualización.	Punto decimal.
Tipos de fracciones.	Equivalencia.	Base y valor posicional.	Comparación y equivalencias.
Representación.	Simplificación.	Orden [antecesor y sucesor].	Conversión de expresiones.
Comparación.	Ubicación en la recta.	Propiedades [densidad, neutralidad del cero].	

PROPÓSITO GENERAL

Reconoceremos la aportación de los números racionales en la precisión o mejor aproximación de cantidades para la resolución de problemas en la vida diaria.

PROPÓSITOS ESPECÍFICOS

- Identificaremos, en situaciones de la vida diaria, aquellas cantidades que son parte de un todo, para valorar la aportación de los números racionales en la precisión de mediciones y reparto, y sus representaciones en números fraccionarios y decimales.
- Exploraremos diversas cantidades de uso diario para representarlas con números fraccionarios y números decimales y utilizarlas en la solución de problemas.
- Reconoceremos la necesidad de convertir cantidades en números fraccionarios o decimales para representarlas de acuerdo a la situación y medida que se requiera, así como la relación que hay entre estos números.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el estudio de esta unidad es importante que observes cuándo los enteros ya no son suficientes para resolver una situación, así como la relación entre objetos, cantidades, magnitudes y números que participan en esta. Analiza cómo los números fraccionarios y los decimales ayudan a ser más precisos o tener mejores aproximaciones en situaciones en las que las cantidades no son enteras o en cantidades que al operarse el resultado no es entero.

Te invito a que durante tu avance en el estudio de este tema, reflexiones constantemente respecto a qué son los números fraccionarios y los números decimales y qué relación hay entre ellos. Escribe en tu cuaderno tus primeras ideas y también qué quisieras conocer acerca de ellos.

Doña Isabel abrió su pastelería esta semana. Vende pasteles de 2, 3 o 5 kilos, aunque también los vende por rebanada. A continuación, puedes ver la tabla de precios:

TAMAÑO	PRECIO
2 kilos	99.90 pesos
3 kilos	174.90 pesos
5 kilos	249.90 pesos

Doña Isabel quiere ganar más vendiendo el pastel de 2 kilos por rebanadas, así que quiere saber en cuántas rebanadas, del mismo tamaño, podría partir un pastel para ganar hasta el doble del precio del pastel entero. Ayúdale a calcular diferentes tamaños de rebanadas para que ella elija cuál le conviene más. Considera cuánto pesaría cada rebanada en las opciones que le ofrezcas a doña Isabel.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra las estrategias que utilizaste para ofrecer diferentes opciones a doña Isabel. Para enriquecer la descripción de tu proceso de aprendizaje, puedes considerar preguntas como: ¿Qué información del problema utilizaste?, ¿qué conocimientos de las fracciones, de los números fraccionarios y de los decimales utilizaste?, ¿qué aprendiste?

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Con el siguiente desafío observa la función de las fracciones y la operación de los números fraccionarios y de los decimales. Descubre una aplicación más de estos números en la vida diaria.

Papel de envoltura

Para entregar los pasteles, doña Isabel los envuelve en papel. En los pasteles de 2 kilos ocupa 1/2 metro, en los de 3 kilos utiliza 3/4 metro y en los de 5 kilos ocupa 1 1/3 metros. Si al final de un día vendió 7 pasteles de 2 kilos, 5 pasteles de 3 kilos y 5 de 5 kilos...

1. ¿Cuántos metros de papel utilizó para envolver los pasteles?
2. Si al inicio del día el rollo de papel tenía 50 metros, ¿cuántos metros le quedaron al final del día?
3. ¿Cuánto ganó doña Isabel ese día por la venta de los pasteles enteros?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro de proceso de aprendizaje, retoma las preguntas que te recomendamos anteriormente para registrar los conceptos que pusiste en práctica para resolver este desafío.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el siguiente desafío es necesario que observes la función de los números fraccionarios y los decimales.

Para la iluminación de la fiesta de una comunidad se están armando series con alambres de 10 metros. En el primer alambre se colocó un foco a la mitad y otro a un tercio de uno de los extremos. El coordinador de iluminación pidió que se colocaran dos focos más entre los dos primeros de manera que la distancia entre foco y foco sea la misma. ¿Cuál es la distancia entre los focos?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra tus reflexiones respecto a la ubicación de las fracciones en la recta y a la importancia de los números fraccionarios y decimales para la precisión o mejor aproximación de medidas.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

El siguiente texto te ofrece información respecto a los números racionales. Es importante que pongas principal atención en la diferencia y las relaciones que hay entre fracciones, números fraccionarios y números decimales.

NÚMEROS DECIMALES Y EXPRESIONES DECIMALES[5]

La notación utilizando el punto es solo una forma de representar las fracciones que surgió con el interés de facilitar los cálculos con ellas. Sin embargo, algunas fracciones son decimales y otras no. Esta precisión, y otras que haremos en seguida, ayudarán a entender mejor que no es lo mismo la notación usando el punto decimal que los números decimales.

1. Los números decimales son aquellos que pueden escribirse en forma de fracciones decimales.
2. Las fracciones decimales son las que pueden expresarse con un numerador entero y un denominador que es una potencia de 10,[6] por ejemplo 3/10 y 1/1000 son fracciones decimales; también son fracciones decimales 1/2 y 3/5, ya que se pueden encontrar fracciones equivalentes a un medio y a tres quintos cuyos denominadores sean alguna potencia de 10.
3. Este tipo de fracciones tienen la particularidad de que pueden representarse de otra manera: utilizando escrituras que llevan punto decimal, dando lugar a las expresiones decimales finitas y que en la escuela simplemente reciben el nombre de decimales. A las fracciones 3/10 y 1/1000 les corresponden, respectivamente, las siguientes escrituras decimales: 0.3 y 0.001.
4. Las fracciones que no son decimales (por ejemplo 1/3) no pueden representarse mediante una expresión decimal finita, este tipo de fracciones da lugar a las expresiones decimales periódicas infinitas (1/3 = 0.3333...).

---

[5] Alicia Ávila y Silvia García, *Los decimales: más que una escritura* (México: INEE, 2008), 33-34.

[6] Recuérdese que las potencias de 10 son, por ejemplo, 103 = 1000, 102 = 100, 101 = 10, 100 = 1, etcétera.

5. Ambas expresiones, decimales finitas y decimales periódicas, forman el conjunto de los números racionales (números que pueden escribirse como fracciones),[7] que son los que se estudian en la Educación Primaria y Secundaria.

No deben confundirse los números decimales con una de sus representaciones mediante la escritura con punto, que por ser la más práctica es la que más utilizamos.

En el nivel de Educación Primaria y Secundaria sólo se estudian las expresiones decimales que representan números racionales, son la expresiones decimales finitas y expresiones decimales infinitas periódicas. Sin embargo, es necesario insistir en que también hay expresiones decimales que no corresponden a los números racionales y que son aquéllas cuya parte decimal es infinita y no periódica; este tipo de números se llaman irracionales. Es decir, los números irracionales también pueden representarse de manera aproximada mediante una expresión con punto decimal, pero no son números decimales porque no pueden expresarse con una fracción con denominador potencial de 10. Por ejemplo, la raíz cuadrada de 2 puede expresarse como 1.4142135..., no obstante que lleva un punto decimal, el número no corresponde a ninguna fracción decimal.

El único número irracional que los alumnos usan en su expresión con punto decimal en la primaria y secundaria es el número π. Lo más común es que aproximemos el valor de π con unas cuantas cifras decimales: 3.14 o 3.1416, pero aunque agreguemos más cifras decimales no es posible expresar con punto decimal el valor exacto de π, debido a que, por ser irracional, el número de cifras decimales que tiene es infinito y no periódico; no obstante, para efectos prácticos es suficiente considerar su valor con la aproximación 3.1416.[8]

---

[7] Los números racionales son todos los números que pueden escribirse como fracciones, es decir, como a/b, donde a y b son números enteros y *b* debe ser diferente de cero; son números racionales: 2/3, 4/5, 5, 2.1, 0.3333..., etcétera. Nótese que los números decimales son un subconjunto de los racionales.

[8] Los decimales infinitos con periodo, por ejemplo 0.1212121212... sí son racionales. Son irracionales cuando son infinitos y no tienen periodo; otro ejemplo de número irracional es raíz cuadrada de 3, que aproximadamente es 1.7320508075688772935..., la parte decimal continúa de manera infinita y sin periodo. El lector podrá explorar en una calculadora otros números irracionales, como raíz cuadrada de 5, raíz cuadrada de 11, etcétera.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro, reflexiona respecto a qué aportaciones te ofrece el texto para tu estudio de los números racionales.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Para el siguiente desafío debes tomar en cuenta que el metro es la unidad de medida. Reflexiona qué significan las expresiones decimales, como .4 metros.

Un grupo de amigos registró sus estaturas en la arena: Jacinto 1.59m, Karla 1.3 m, Mónica 1.08 m, Daniel 1.279 m, Marcos 0.99 m, Erick 1.30, Alicia 1.6. Ordena a los amigos según sus estaturas.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Anota en tu registro de proceso de aprendizaje: ¿cómo se comparan números decimales en su expresión con punto decimal?

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En este desafío es importante que observes bien los datos del problema y que reflexiones respecto al aporte de la geometría.

En una mitad del huerto escolar se sembraron 2/3 partes de lechugas y el resto de rábanos, en la otra mitad se sembraron 1/4 parte de zanahorias y el resto de espinacas. ¿Qué parte de la huerta está sembrada de rábanos y qué parte está sembrada de espinacas?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra tu proceso de aprendizaje, no olvides anotar tus reflexiones y tus aprendizajes.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el siguiente desafío es importante que identifiques el significado y uso de los números negativos. También te ayudará reflexionar respecto a la temperatura a la que están acostumbrados en cada lugar.

La siguiente tabla muestra las temperaturas mínimas extremas y promedio del mes de enero de 2015.

ESTADO [9]	T. MÍN (°C)	T. MEDIA	ESTADO	T. MÍN (°C)	T. MEDIA
Aguascalientes	-3	13.9	Morelos	1.5	19.9
Baja California	-7	16	Nayarit	9.5	24
Baja California Sur	-2.2	18.9	Nuevo León	-7.2	12.9
Campeche	4.1	23.5	Oaxaca	0.5	21.3
Chihuahua	-13.9	9.9	Puebla	-8.9	14.7
Chiapas	-0.2	21.8	Querétaro	1	14.9
Coahuila	-6.2	11.5	Quintana Roo	10.2	24
Colima	4.8	24.9	Sinaloa	0	20.6
Ciudad de México	3	14.7	San Luis Potosí	-1.4	14.9
Durango	-13.5	11.8	Sonora	-10	16.2
Guerrero	3	23.8	Tabasco	13.5	23
Guanajuato	-0.1	15.4	Tamaulipas	0	14.9
Hidalgo	-5.1	13.2	Tlaxcala	-3	12.3
Jalisco	-2	18	Veracruz	-7	17.1
Estado de México	-5.8	11.8	Yucatán	6	23.4
Michoacán	-3.4	19.1	Zacatecas	-5.4	12.9

- ¿Qué estado alcanzó menor temperatura?
- ¿En cuál de los estados de la República Mexicana, la temperatura mínima extrema fue más relevante?

[9] Comisión Nacional del Agua, "Temperatura", *Reporte del clima en México,* (Año 5, No. 1, 22, enero 2015) Cuadro adaptado con fines educativos

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Describe tu estrategia para contestar las preguntas y tus reflexiones y argumentos respecto al uso de los números racionales.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Te compartimos los siguientes textos donde conocerás otro uso de estos números racionales.

MONEDAS[10]

Foto: © Alberto Tirado.Fat Jackey / Shutterstock.com

[Las denominaciones de monedas (en centavos) que son válidas para realizar pagos son 5c, 10c, 20c y 50c. Además de la unidad ($1 peso) también se fabrican monedas de $2, $5, $10 y $20 pesos. Las monedas en centavos se identifican claramente porque] en la parte central de la moneda, el número [de centavos que vale] como motivo principal y valor facial, a su derecha el símbolo de centavos "¢". "Al anverso y al centro, tienen el Escudo Nacional en relieve escultórico, con la leyenda "ESTADOS UNIDOS MEXICANOS". [En el caso de las monedas a partir de $1 peso, todas son] bimetálicas constituidas por dos aleaciones, una para su parte central y otra para su anillo perimétrico [e indican el número de pesos que vale como motivo principal de la moneda], en

[10] Banco de México, "Monedas," Banco de México, http://www.banxico.org.mx/billetes-y-monedas/informacion-general/billetes-y-monedas-de-fabricacion-actual/billetes-monedas-fabricacion-001.html Texto adaptado para fines educativos, (Fecha de consulta: 25 de febrero de 2016).

la parte central a la izquierda el símbolo “$”. [En el caso de las monedas de $5 pesos, también pueden tener bustos, retratos ecuestres o escenas reconocidas de personajes de la Independencia de México o la Revolución mexicana. Para la moneda de $10 pesos, se acuñó una edición especial que tiene] en el primer plano del campo del reverso el retrato del general Ignacio Zaragoza; y, detrás de él, una escena de la lucha entre mexicanos e invasores, con los fuertes de Loreto y Guadalupe al fondo. Esta cara se completa con la leyenda alusiva a la conmemoración “150 ANIVERSARIO DE LA BATALLA DE PUEBLA / 5 DE MAYO” (en dos líneas), los años “1862 y 2012”, la denominación $10 en número y la ceca de la Casa de Moneda de México (M°). [Por último, las monedas de $20 pesos son conmemorativas y se han acuñado para conmemorar diversos hechos históricos de nuestro país como:

- Bicentenario Luctuoso del generalísimo José María Morelos y Pavón.
- Centenario de la Fuerza Aérea Mexicana.
- Centenario de la Toma de Zacatecas.
- Centenario de la Gesta Heroica de Veracruz].

DÓLAR ESTADOUNIDENSE[11]

Circulating coins are the coins that the United States Mint produces for everyday transactions. Circulating coins are also included in the United States Mint’s annual coin sets, which are the staple of coin collecting”.

[The Lincoln Penny] was first issued in 2010 and is emblematic of Lincoln’s preservation of the United States as a single and united country. It features a union shield and scroll with the inscription ONE CENT.

Foto: © John R. McNair / Shutterstock.com

[11] United States Mint, “What are Circulating Coins?,” United States Mint, https://www.usmint.gov/mint_programs/circulatingCoins/ Texto adaptado para fines educativos (Fecha de consulta: 27 de enero de 2016).

[The five-cent coin] has featured, since 2006, the Thomas Jefferson likeness based on a Rembrandt Peale portrait completed in 1800.

[The dime (ten-cent coin)] first appeared in 1946, soon after the death of President Franklin Roosevelt. The Roosevelt dime was released on the late president's birthday, January 30. The dime is the smallest, thinnest coin in use today.

[The quarter dollar (twenty-five-cent coin)] shows the familiar image of President George Washington.

Kennedy Half-Dollars are circulating quality produced as collectibles, not for everyday transactions. However, they may be still used as legal tender.[18] The current Native American $1 Coin Program launched in 2009 and will be issued, to the extent possible, in the chronological order in which the Native Americans depicted lived or the events recognized occurred.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Reflexiona sobre la información que encontraste en los textos anteriores. ¿Qué diferencias encontraste entre las denominaciones de las monedas utilizadas en Estados Unidos y México?, ¿qué función tienen los números fraccionarios y decimales en el contexto de las monedas? Y continúa tu registro de proceso de aprendizaje.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el siguiente desafío es importante que observes cuál es el entero de referencia y qué sucede con la expansión decimal de los números; es decir, cuando la expansión decimal tiene sentido respecto al contexto.

DENSIDAD DE POBLACIÓN[12]

En México, como en todo el mundo, la distribución de habitantes es desigual: existen regiones donde se concentra mucha gente y otras en las que la población es poca; las ciudades están más densamente pobladas que las comunidades rurales.

La relación entre un espacio determinado y el número de personas que lo habitan se llama densidad de población, la cual se obtiene dividiendo el número de personas que viven en un lugar específico entre el número de kilómetros cuadrados que mide ese territorio.

Por ejemplo, para calcular la densidad de población de México:

$$\frac{\textit{Población total (112'336,538 habitantes)}}{\textit{Extensión territorial del país (1'959,248 km}^2\textit{)}} = \textit{Densidad de población (57 hab/km}^2\textit{)}$$

Esto significa que en el 2010, si tuvieras que repartir a los habitantes del país en todo el territorio nacional, habría 57 personas por cada kilómetro cuadrado.

[12] Instituto Nacional de Geografía y Estadística, "Densidad de población", (México: Inegi), http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/densidad.aspx?tema=P (Fecha de consulta: 30 de abril del 2016).

CLAVE	ENTIDAD FEDERATIVA	SUPERFICIE KM *	POBLACIÓN TOTAL (2010)[13]
1	Aguascalientes	5,625	1’184,996
2	Baja California	71,546	3’155,070
3	Baja California Sur	73,943	637,026
4	Campeche	57,727	822,441
5	Coahuila de Zaragoza	151,445	2’748,391
6	Colima	5,627	650,555
7	Chiapas	73,681	4’796,580
8	Chihuahua	247,487	3’406,465
9	Distrito Federal(a)	1,484	8’851,080
10	Durango	123,367	1’632,934
11	Guanajuato	30,621	5’486,372
12	Guerrero	63,618	3’388,768
13	Hidalgo	20,856	2’665,018
14	Jalisco	78,630	7’350,682
15	Estado de México	22,333	15’175,862
16	Michoacán de Ocampo	58,667	4’351,037
17	Morelos	4,892	1’777,227
18	Nayarit	27,862	1’084,979
19	Nuevo León	64,203	4’653,458
20	Oaxaca	93,343	3’801,962
21	Puebla	34,251	5’779,829
22	Querétaro Arteaga	11,658	1’827,937
23	Quintana Roo	42,535(b)(c)	1’325,578
24	San Luis Potosí	61,165	2’585,518
25	Sinaloa	57,331	2’767,761
26	Sonora	179,516	2’662,480
27	Tabasco	24,747	2’238,603
28	Tamaulipas	80,148	3’268,554
29	Tlaxcala	3,997	1’169,936
30	Veracruz de Ignacio de la Llave	71,856	7’643,194
31	Yucatán	39,671	1’955,577
32	Zacatecas	75,416	1’490,668
	República Mexicana	**1’959,248(d)**	**112’336,538**

(a) El Distrito Federal está constituido por Delegaciones.
(b) No incluye la superficie de la isla Cozumel, la cual es de 498 km^2.
(c) No incluye la superficie de Isla Mujeres, la cual es de 5 km^2.
(d) Considera solo la parte continental.
Fuente: *(1)INEGI. Marco Geoestadístico 2005.

1. Tomando en cuenta los datos de la Tabla y el estado en el que vives, calcula: ¿Cuál es su densidad de población?, Compara con la entidad que tiene mayor densidad de población y con la que tiene menor densidad de población.
2. Calcula la densidad de población de tu comunidad.

[13] Instituto Nacional de Geografía y Estadística, Censo de Población y Vivienda 2010, (México: Inegi), http://cuentame.inegi.org.mx/impresion/poblacion/densidad.asp (Fecha de consulta: 30 de abril de 2016)

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro de proceso de aprendizaje de los números racionales, anota tus reflexiones respecto a qué significa la expresión decimal en el contexto de las poblaciones.

REVISA TU AVANCE

Al finalizar el estudio, te invitamos a revisar el listado de los aprendizajes que obtuviste al término de la unidad. Con ello podrás hacer una valoración de tus avances. Compara tus aprendizajes con el trayecto de aprendizajes del tema que te presentamos a continuación, con la finalidad de que tengas mayor precisión de tu avance e identifiques cuáles aprendizajes te faltan.

Ilustración: © Ivanova Martínez Murillo

INICIAL	BÁSICO			INTERMEDIO				AVANZADO		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Construyes objetos. Elaboras patrones, categorías y clasificaciones. Usas diferentes lenguajes como formas de expresión para comunicar y representar tus experiencias.	Identificas cantidades que son partes de un todo mediante el uso de estrategias de reparto. Comunicas tus resultados usando dibujos, símbolos o números.	Identificas información relevante en tablas sencillas para resolver problemas que involucran la relación de partes de un entero con su expresión fraccionaria.	Utilizas estrategias de conteo para resolver problemas de reparto, representando gráficamente tus resultados.	Resuelves problemas que involucran la suma y resta de fracciones con igual denominador.	Construyes fracciones equivalentes y reconoces su importancia en la operación de números fraccionarios y en su ubicación en la recta numérica.	Identificas en la solución de problemas el aporte y significado de la expresión decimal de los números racionales.	Comprendes y usas en la solución de problemas la relación entre expresiones fraccionarias y expresiones decimales de los números racionales.	Conceptualizas a los números racionales con signo en diversas situaciones de la vida cotidiana dentro y fuera de la escuela.	Explicas los procesos convencionales para operar números racionales, comunicando de diversas formas tus razonamientos.	Resuelves problemas que involucran el uso, operación y significación de los números racionales; formulando conclusiones, argumentos y explicaciones precisas.

Ilustración: © Ivanova Martínez Murillo

PARA SEGUIR APRENDIENDO

Bibliografía sugerida:

Ávila Alicia y Silvia García. *Los decimales: más que una escritura*. México: INEE, 2008.

CONAGUA. "Temperatura", *Reporte del clima en México*. Año 5, No. 1. México: En Conagua, 2015.

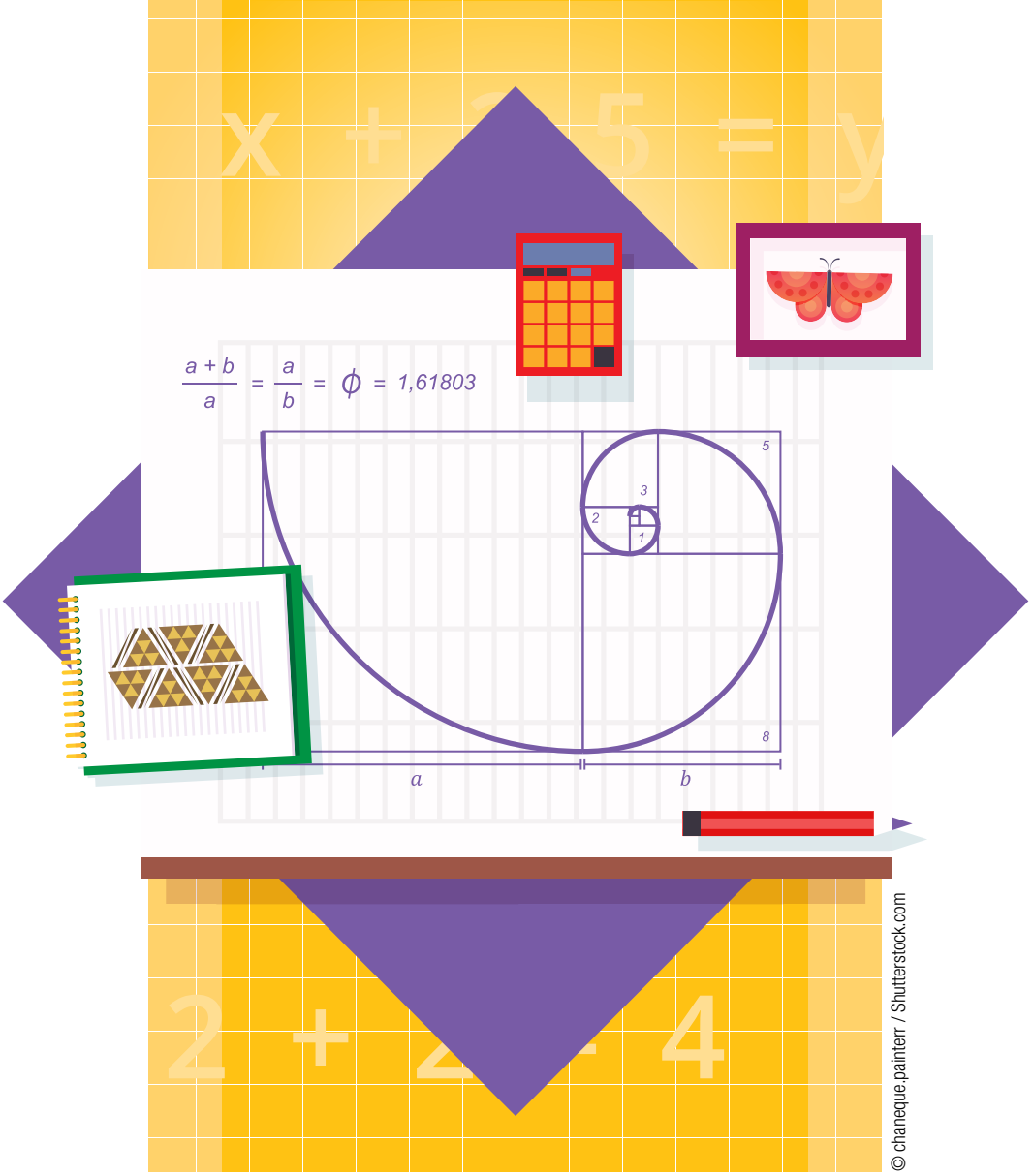
BANXICO. Monedas. Banco de México, http://www.banxico.org.mx/billetes-y-monedas/informacion-general/billetes-y-monedas-de-fabricacion-actual/billetes-monedas-fabricacion-001.html, 2016.

US MINT. *What are Circulating Coins?* United States Mint. https://www.usmint.gov/mint_programs/circulatingCoins/, 2016.

INEGI. Densidad de población. México: Inegi. http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/densidad.aspx?tema=P, 2016.

Conafe. *Manual del Instructor Comunitario Nivel III.* Serie Dialogar y Descubrir. México: Conafe, 2012.

Conafe. *Matemáticas. Cuaderno de trabajo Nivel III.* Serie Dialogar y Descubrir. México: Conafe, 2012.



© chaneque.painterr / Shutterstock.com

DE LA REGULARIDAD A LA GENERALIZACIÓN

PATRONES Y PROGRESIONES

PARA INICIAR

Inicia tu registro de proceso de aprendizaje reflexionando y describiendo por qué te interesa estudiar el tema y qué es lo que te gustaría aprender.

PRESENTACIÓN DEL TEMA

¿Te has dado cuenta de que muchos de los fenómenos que suceden a tu alrededor siguen ciertos patrones? Por ejemplo, la velocidad que un objeto alcanza en caída libre en un tiempo determinado, el crecimiento de los seres vivos por año, la reproducción de bacterias, o el crecimiento de una deuda adquirida con intereses. Si observas bien a tu alrededor podrás descubrir patrones en las formas de las plantas, en las casas, en la música. Pues en esta Unidad de Aprendizaje vamos a revisar conjuntos ordenados de formas o números, con la finalidad de analizar cómo determinar cualquier elemento de estos y cómo construirlos, tomando en cuenta lo siguiente:

SISTEMA NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO

- Patrones y progresiones.
  - Regularidades de secuencias.
  - Sucesiones.
    - Progresión aritmética.
    - Progresión geométrica.
    - Progresión espacial.
    - Series aritméticas.
    - Series geométricas.
    - Teselaciones.
    - Regla general y de recurrencia.
    - Fractales.
    - Expresiones algebraicas.
    - Término general.

PROPÓSITO GENERAL

Desarrollaremos, mediante el análisis de conjuntos ordenados, estrategias que nos permitan estudiar, representar y predecir fenómenos que ocurren en el tiempo de forma intermitente.

PROPÓSITOS ESPECÍFICOS

- Identificaremos regularidades en los elementos de conjuntos numéricos y de formas geométricas para encontrar otros elementos.
- Identificaremos, mediante el estudio de problemas en contexto, la regularidad de sucesiones con método descriptivo recurrente, con progresiones aritmética y geométrica para determinar los siguientes elementos de la sucesión.
- Aprenderemos a observar, registrar y analizar el comportamiento de algunos fenómenos naturales y sociales para predecir o calcular su comportamiento en el tiempo. Utilizaremos expresiones algebraicas lineales o cuadráticas para definir el enésimo término de una sucesión, progresión o serie.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Para este desafío es importante que observes cuidadosamente cada una de las imágenes y que identifiques qué formas se repiten.

Analiza las imágenes y describe sus características.

Ilustración: Felicity Rainnie

Foto: Alfredo Jacob

Ilustración: Laura Almeida

Foto: Alfredo Jacob

© Diyana Dimitrova / Shutterstock.com

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Anota en tu registro tus reflexiones y lo que entiendes por patrones a partir de tu análisis de las imágenes.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el estudio de esta unidad de aprendizaje debes poner atención en cómo se comportan los elementos de cada sucesión, si crecen o disminuyen, si tienen un comportamiento los elementos de cada sucesión y si es posible determinar las expresiones algebraicas que ayuden a construir el término general.

Leticia vende dulces en la terminal de camiones. Observa la cantidad de dulces que vendió durante cuatro días. ¿Cuántos dulces venderá Leticia los días 5, 9 y 37 si continúa incrementando la venta de la misma manera?

DÍA 1	DÍA 2	DÍA 3	DÍA 4	DÍA 5	DÍA 9	DÍA 37
7	14	21	28			

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Describe en tu registro cómo resolviste el problema y anota tus reflexiones respecto a las características de las sucesiones.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Erick está acomodando sus canicas, de manera que formen un rectángulo como se muestra en la tabla. Determina la cantidad de canicas que tiene Erick si llegó hasta la figura 10, ¿cuántas canicas necesitaría para formar la figura 100?

Figura 1	Figura 2	Figura 3
Figura 4	Figura 10	Figura 100

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Recuerda registrar en tu cuaderno todo el proceso que sigas para resolver el problema. Puedes guiarte con preguntas como:

- ¿Qué características o propiedades de las sucesiones utilizaste para encontrar el número de canicas de la figura 6?
- ¿Cuál es el patrón que siguen los términos de la sucesión?
- ¿Cómo determinaste la expresión para el enésimo término de la sucesión?

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el siguiente desafío analiza la regla de construcción y realiza el triángulo en tu cuaderno, observa cómo crece el número de triángulos sin colorear y ve haciendo tus anotaciones.

Triángulo de Sierpinski. Partiendo de un triángulo, se unen con segmentos de rectas los puntos medios de sus lados y se obtienen 4 triángulos semejantes al inicial. Colorea los triángulos de las orillas. Realiza la misma operación con los 3 triángulos restantes (como se muestra en la imagen). ¿Cuántos triángulos negros tendrá el triángulo después de aplicar 10 veces la misma operación?

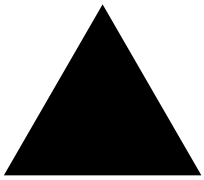


Figura 1

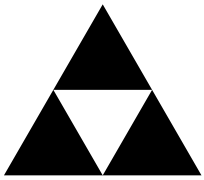


Figura 2

Figura 3

Figura 4

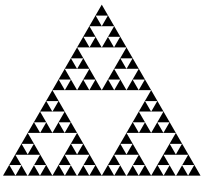


Figura 5

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Puedes construir un fractal utilizando el triángulo que quieras o cualquier otra figura geométrica.

Continúa tu registro anotando tus reflexiones y aprendizajes, así como la manera como construiste.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el siguiente desafío observa la regla de construcción y registra las regularidades que este acomodo de números presenta.

Observa cómo se construye el triángulo de Pascal.
Describe, por lo menos, tres progresiones que existen en él.

							1							
						1		1						
					1		2		1					
				1		3		3		1				
			1		4		6		4		1			
		1		5		10		10		5		1		
	1		6		15		20		15		6		1	
1		7		21		35		35		21		7		1

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra tus descubrimientos y reflexiones al analizar el triángulo de Pascal.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Para el siguiente desafío es necesario analizar la regla general de construcción dada por la expresión algebraica.

Teniendo como base la expresión $-3n2+6$ desarrolla la secuencia numérica.

LUGAR 1	LUGAR 2	LUGAR 3	LUGAR 4	LUGAR 23

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra tus aprendizajes y reflexiona respecto a qué es una expresión algebraica y cuál es su función.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

El siguiente texto te servirá para conocer más sobre las sucesiones matemáticas y clarificar qué es el n-ésimo término en una sucesión.

SUCESIONES[14]

Las sucesiones son tan antiguas como los números naturales en la evolución y desarrollo de la Matemática. Así por ejemplo la ordenación de los días del año, la ordenación de los hermanos de una familia del mayor al menor.

Los pitagóricos, grandes apasionados a los números naturales, debieron ser los primeros en interesarse en la construcción de sucesiones infinitas. Consideraron, en particular, sucesiones de números originados jugando con piedras (cálculos), al colocarlas en forma de polígonos; de esta manera fueron construyendo sucesiones de números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc.

Galileo Galilei observó y apuntó el espacio que, cada segundo, recorre una bola al caer por un plano inclinado.

En la práctica, en el llenado de una piscina se registra el nivel del agua cada hora y se consigue una sucesión de números. Los pitagóricos, consideraron pares de números que se obtenían por cociente, estos aproximándose por defecto o por exceso alternativamente, constituyendo esto el primer ejemplo por recurrencia y del límite para la Matemática Infinitesimal.

[14] EcuRed, "Sucesiones numéricas", Ecured, s.f. http://www.ecured.cu/Sucesiones_num%C3%A9ricas (Fecha de consulta: 16 de marzo de 2016).

Un conjunto cuyos elementos están numerados, esto es, puestos en correspondencia simple (biunívoca uno a uno) con los números naturales, de modo que en el conjunto hay un primer elemento, un segundo, un tercero, etc.

Sirven para estudiar, representar y predecir los fenómenos que ocurren en el tiempo de forma intermitente.

Por ejemplo: si se comienza a registrar las temperaturas máximas de cada día, se podrá prever el comportamiento de la temperatura en días sucesivos.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro de proceso de aprendizaje describiendo los aportes del texto a tus reflexiones y aprendizajes del tema.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En los siguientes desafíos analiza los datos que te proporciona el problema y registra el comportamiento de los fenómenos en el tiempo.

Un obrero comienza a trabajar con un salario de $2,300.00 al mes durante el primer año, con el convenio de que recibirá un aumento anual de $92.00. ¿Cuál será su sueldo al cabo de 15 años de servicio?

Una persona solicitó un préstamo de $15,000.00, por el cual tiene que pagar el 1.4% de interés mensual sobre la deuda acumulada (es decir, los intereses se van sumando a la deuda y sobre los nuevos montos se calcula el interés). Si la persona no hace ningún pago en un año, ¿cuál será el monto de la deuda al cabo de un año?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

No olvides registrar tus aprendizajes.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En la lectura encontrarás algunos ejemplos de cómo se han utilizado algunas sucesiones famosas en la vida diaria. La secuencia de Fibonacci se aplica para comprender el orden de muchos fenómenos naturales como en los girasoles o los huracanes.

FIBONACCI SEQUENCE[15]

The Fibonacci sequence is a series of numbers where a number is found by adding up the two numbers before it. Starting with 0 and 1, the sequence goes 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, and so forth. Written as a rule, the expression is $xn = xn\text{-}1 + xn\text{-}2$.

Fibonacci numbers do actually appear in nature, from sunflowers to hurricanes to galaxies.

Sunflowers seeds, for example, are arranged in a Fibonacci spiral, keeping the seeds uniformly distributed no matter how large the seed head may be.

A Fibonacci spiral is a series of connected quarter-circles drawn inside an array of squares with Fibonacci numbers for dimensions.

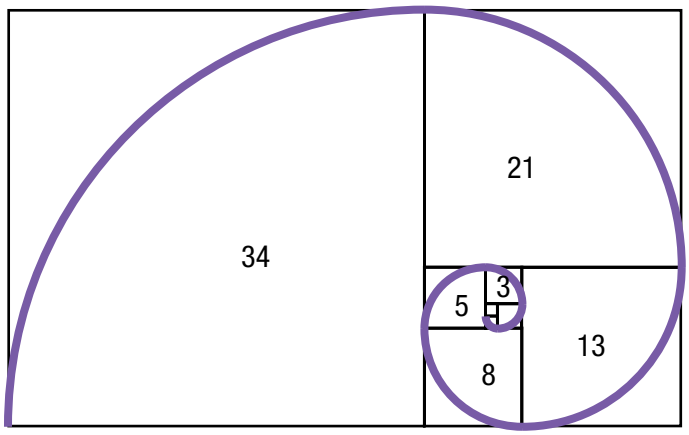
The squares fit perfectly together because of the nature of the sequence, where the next number is equal to the sum of the two before it. Any two successive Fibonacci numbers have a ratio very close to the Golden Ratio, which is roughly 1.618034.

[15] Natasha Glydon, "Music, Math, and Patterns", *Math Central*, http://mathcentral.uregina.ca/beyond/articles/Music/music1.html (Fecha de consulta: 16 de marzo de 2016).

The larger the pair of Fibonacci numbers, the closer the approximation.

The spiral and resulting rectangle are known as the Golden Rectangle.

The Golden Ratio is denoted by the Greek letter phi ϕ. Greek architects used the ratio 1:phi as an integral part of their designs, including the Parthenon in Athens. Though this was not consciously used by Greeks or artists, the Golden Rectangle does appear in the Mona Lisa and other Renaissance art works. Phi is also the ratio of the side of a regular pentagon to its diagonal. The resulting pentagram forms a star, which is the star seen on many flags.



ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra los aportes del texto a tus reflexiones respecto a la importancia de las progresiones.

REVISA TU AVANCE

Es importante reconocer en qué momento de tu vida has visto regularidades en sucesiones numéricas. En caso de que no te hayas percatado de ninguna, ahora quizá sea el momento en que te hagas consciente de ello y empieces a utilizarlas a tu favor. También te invitamos a reflexionar sobre qué cosas aprendiste y cuales aún tienes que mejorar; para ello enlista los aprendizajes que lograste y analiza el siguiente trayecto para que identifiques qué logrste y qué te falta por abordar.

Ilustración: © Ivanova Martínez Murillo

INICIAL	BÁSICO			INTERMEDIO				AVANZADO		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Construyes secuencias de eventos generalizados organizados espacial y temporalmente a partir de una rutina.	Describes las regularidades en una secuencia sencilla a partir de interpretar cómo se repite, crece y se ordena.	Identificas y describes el patrón en sucesiones sencillas construidas con objetos o figuras simples.	Produces o completas sucesiones de números naturales en forma ascendente o descendente.	Resuelves problemas que implican identificar la regularidad de progresiones aritméticas y comunicas su estrategia de solución.	Resuelves problemas que implican identificar la regularidad de sucesiones compuestas y comunicas su estrategia de solución.	Resuelves problemas que implican identificar la regularidad de progresiones aritméticas o geométricas y comunicas y explicas sus estrategias.	Resuelves problemas que implican identificar la regularidad de progresiones aritméticas o geométricas y comunicas sus razonamientos y argumentos.	Utilizas habilidades de razonamiento, comprensión e interpretación para obtener la regla general o la regla de recurrencia de una progresión.	Formulas expresiones algebraicas de primer y segundo grado para modelar progresiones aritméticas y geométricas.	Utilizas diversas estrategias de solución de problemas que modelan situaciones del mundo real; comunicas tus razonamientos, explicaciones y argumentaciones.

Ilustración: © Ivanova Martínez Murillo

PARA SEGUIR APRENDIENDO

Bibliografía sugerida:

SEP. *Desafíos matemáticos. Segundo grado.* México: SEP, 2014.

SEP. *Desafíos matemáticos. Tercer grado.* México: SEP, 2014.

SEP. *Desafíos matemáticos. Cuarto grado.* México: SEP, 2014.

SEP. *Desafíos matemáticos. Quinto grado.* México: SEP, 2014.

Glydon, Natasha. "Music, Math, and Patterns". En *Math Central*, 2012. http://math-central.uregina.ca/beyond/articles/Music/music1.html (Fecha de consulta: 16 de marzo de 2016).

SEP. *Desafíos matemáticos. Sexto grado.* México: SEP, 2014.

EcuRed. "Sucesiones numéricas". En Ecured, 2016. http://www.ecured.cu/Sucesiones_num%C3%A9ricas (Fecha de consulta: 16 de marzo de 2016).

© painterr / Shutterstock.com

EL LENGUAJE DEL ÁLGEBRA

ECUACIONES

PARA INICIAR

Inicia tu registro de proceso de aprendizaje reflexionando y describiendo por qué te interesa estudiar el tema y qué es lo que te gustaría aprender.

PRESENTACIÓN DEL TEMA

Día a día todos vivimos diversas situaciones que en las que necesitamos poner en juego nuestros conocimientos e ingenio para buscar las mejores soluciones y aprender mucho de cada experiencia. ¿Sabías que las matemáticas son un lenguaje que nos ayuda a modelar situaciones complicadas para encontrar soluciones más certeras y rápidas? ¿Sabías que una expresión matemática tiene mucha información que ofrecerte? Aprender el lenguaje de las Matemáticas y en particular del álgebra te abre las puertas para comprender lo que ellas tienen para ti. Sí, es un lenguaje en código que tienes la oportunidad de aprender y comprender.

Esta Unidad de Aprendizaje te ayudará a conocer el código del álgebra para que puedas expresar y comunicar diversas situaciones utilizando este lenguaje secreto, así como también te ayudará a descifrar los mensajes que otros han escrito.

SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO LÓGICO

- Ecuaciones
  - Ecuaciones lineales
    - Expresiones de la forma a+b=_____ _
    - Expresiones de la forma a+___=b
    - Expresiones de la forma a(___)=b
    - Expresiones de la forma ax+b=cx+d
  - Sistema de ecuaciones
    - Expresiones de la forma ax+by=n dx+cy=m
  - Ecuaciones cuadráticas
    - Expresiones de la forma ax2+bx+c

PROPÓSITO GENERAL

Reconoceremos las ventajas del lenguaje algebraico para modelar situaciones problemáticas diversas en busca de su solución. Resolveremos problemas que impliquen realizar operaciones con expresiones algebraicas y que involucren el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.

PROPÓSITOS ESPECÍFICOS

- Aprenderemos a describir y comunicar nuestros procesos de solución a problemas que implican la suma de números naturales, mediante representaciones gráficas o de manera oral.
- Desarrollaremos diversas estrategias para resolver problemas que implican sumas en las que el valor desconocido puede ser cualquiera de los sumandos o el resultado, así como problema que impliquen realizar multiplicaciones. Y compartiremos nuestros procesos de solución.
- Desarrollaremos diversas estrategias para resolver problemas que implican realizar sumas o multiplicaciones con números reales en las que el valor desconocido puede ser cualquiera de los elementos de la suma o de la multiplicación. Y compartiremos nuestros procesos de solución.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

El desafío en ecuaciones es descubrir las relaciones entre los datos conocidos y los datos desconocidos del problema, para modelarlo y construir una estrategia que le dé solución. No olvides reflexionar respecto a los objetos y resultados matemáticos que están involucrados en el problema o que consideras te pueden ayudar. Resuelve el siguiente problema con la estrategia que prefieras.

En el cuadrilátero ABCD, el ángulo A mide 120°, el ángulo B mide 90° y el ángulo C es dos tercios del ángulo D. ¿Cuánto miden los ángulos C y D?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra y analiza tu proceso de solución y describe qué conceptos o qué información implícita o explícita en el problema fueron de ayuda para encontrar la solución. Puedes plantearte preguntas como las siguientes:

¿Hubo necesidad de hacer un esquema?, ¿qué información de los cuadriláteros fue necesaria?, ¿qué información de los ángulos fue importante en la solución?

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Al construir otras formas de resolver el problema se aprenden otros aspectos de las ecuaciones y de las matemáticas que quizá no utilizaste en tu proceso de solución inicial.

Por lo anterior te invito a ¡buscar otras maneras de resolver el problema!

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra los procesos y los aprendizajes nuevos que construiste con cada una de las otras formas de solución que trabajaste.

Retoma tus intereses iniciales y escribe en tu cuaderno si lograste satisfacerlos, si surgieron otros intereses durante el estudio del tema y si aún tienes dudas respecto a las ecuaciones. Investiga para resolverlas.

REVISA TU AVANCE

Revisa los siguientes aspectos del tema Ecuaciones e identifica cuáles trabajaste en tu estudio a profundidad y puedes dar cuenta de ellos y cuáles te falta trabajar.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Para ampliar tu conocimiento de las ecuaciones te invito a elegir otro problema. Resuélvelo y estúdialo a profundidad. Es importante que analices cómo se construye la sucesión y cuál es el término general.

En la sucesión de polígonos regulares, ¿cuántas diagonales tiene la figura 20?

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 20

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Describe en tu cuaderno los aprendizajes nuevos y cómo fue que los construiste. Reflexiona respecto a qué significa generalizar y al uso de las expresiones algebraicas para la generalización.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Para el siguiente desafío, te recomiendo poner principal atención en las cantidades y en cómo se relacionan. Además, es una oportunidad para construir lenguaje algebraico a partir de procesos concretos, te invito a que descubras cómo.

Una granjera llevó huevos al mercado. Pensaba venderlos a 10 centavos cada uno. Como en el camino se le rompieron 6 huevos, decidió vender los que le quedaban en 15 centavos cada uno. Cuando regresó a su casa, se dio cuenta que había ganado 1 pesos más de lo pensaba ganar.

¿Cuántos huevos llevaba al inicio?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro de proceso de aprendizaje, describiendo tu experiencia con este problema y anota tus reflexiones respecto a la importancia de los ejemplos concretos para construir el lenguaje algebraico.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En el desafío de la vida de Diofanto, te invito a buscar diferentes formas de resolverlo. Te recomiendo recuperar poco a poco la información que te ofrece el enunciado y cómo se relaciona con lo que te pide.

"Larga fue la vida de Diofanto, cuya sexta parte constituyó su hermosa infancia; su mentón cubrióse de vello después de otro doceavo de su vida; la séptima parte de su vida transcurrió en un matrimonio estéril; pasó un quinquenio más y le nació un hijo, cuya vida sólo duró la mitad de la de su padre, que sólo sobrevivió cuatro años a la de su amado hijo". ¿A qué edad murió Diofanto?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Descubre con detalle tu experiencia de aprendizaje con este problema. No olvides asegurarte de que puedes dar cuenta de todo lo aprendido.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Seguro hay varias formas de resolver el siguiente desafío, pero te invito a que una de tus estrategias de solución sea la algebraica. Te recomiendo poner especial atención en las incógnitas y en cómo se relacionan con los datos que el enunciado te ofrece.

Un pequeño restaurante tiene un total de 8 mesas. Cuenta con mesas para dos personas y con mesas para cuatro personas. Si el restaurante tiene capacidad para un total de 24 personas sentadas, ¿Cuántas mesas para dos personas hay en el restaurante y cuántas para cuatro personas?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

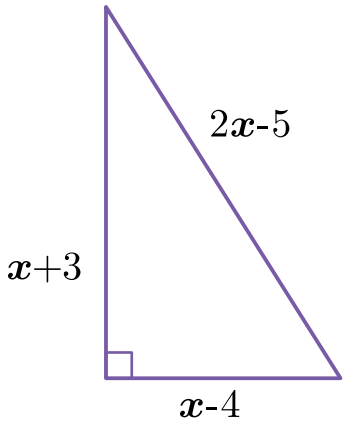
Reflexiona respecto a cuándo se requiere utilizar más de una ecuación para resolver un problema y anota tus reflexiones y argumentos.

Investiga diferentes métodos que te pueden ayudar cuando tienes dos ecuaciones o más de una misma situación problemática y anota tus aprendizajes.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Para el desafío del triángulo algebraico es necesario que analices con cuidado la información que te ofrece y lo que te pide; no olvides que los esquemas también te ofrecen información.

¿Cuál es el área y el perímetro del triángulo cuyos lados están dados por las expresiones $x+3$, $x-4$ y $2x-5$?



ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro describiendo tu proceso de solución, tus aprendizajes y tus reflexiones respecto a la relación entre el álgebra y la geometría.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

El siguiente texto ofrece información que te puede ayudar en la tarea de resolver ecuaciones. Identifica aquello que fortalece tus reflexiones realizadas con el estudio de los problemas y también los elementos nuevos que te ofrece el texto.

LENGUAJE ALGEBRAICO

Una ecuación es una igualdad entre expresiones matemáticas que contiene valores desconocidos, a estos valores desconocidos se les llama incógnitas.

$$2m+4=36 \qquad 5(3\text{-}y)=\text{-}2y \qquad 15=7w^2\text{-}15w$$

Donde m y w son incógnitas.

Resolver una ecuación significa determinar el valor de la incógnita que satisface la igualdad, es decir, que al sustituir el valor determinado en la ecuación y realizar las operaciones correspondientes, se obtiene el mismo valor en ambos lados de la igualdad. Para la ecuación $2m+4=36$, se puede verificar que m=16 cumple con la igualdad y que ningún otro número la satisface.

Para determinar el valor de la incógnita es necesario despejarla, es decir, dejarla sola en uno de los lados de la igualdad. Para despejar la incógnita es importante realizar operaciones que permitan eliminar los números que le "estorban" para quedarse sola. Las frases como "está sumando pasa restando" son para memorizar y realizar el proceso de manera mecánica, lo cual ayuda a realizar de manera rápida un despeje; sin embargo, las estrategias mecánicas suelen descuidar aspectos específicos de la estructura de la ecuación, lo que lleva al fracaso en su solución. Por ello es prioritario desarrollar y cuidar cada paso del proceso de despeje de la incógnita y verificar la solución de la ecuación y del problema. En el trabajo de despeje de la incógnita es necesario tener en cuenta y respetar las propiedades de la igualdad:

- Propiedad 1: Cuando se suma o resta un número a ambos lados de la igualdad, la igualdad se mantiene.
- Propiedad 2: Cuando se multiplica o divide por un mismo número, distinto de cero, en ambos lados de la igualdad, la igualdad se mantiene.
- Propiedad 3: Cuando se eleva a una potencia distinta de cero ambos miembros de la igualdad, la igualdad se mantiene.
- Propiedad 4: Cuando se extrae la misma raíz, en ambos lados de la igualdad, la igualdad se mantiene.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro de proceso anotando tus reflexiones y argumentos.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Resuelve una por una las siguientes ecuaciones lineales:

a) $X + 4 = 17$
b) $7 + X = 15$
c) $Y + 11 = 6$
d) $4W = 28$
e) $3Z + 4 = 19$
f) $Y/6 = 13$ y
g) $4J + 5 = 14 + J$

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Registra el proceso de solución de cada una, explicitando la propiedad de las igualdades que hayas utilizado y registra los aprendizajes generados.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

El siguiente texto muestra una nueva forma de ver una ecuación.

WHAT MAKES AN EQUATION BEAUTIFUL[16]

By Kenneth Chang

The wonder of mathematics is that it captures precisely in a few symbols what can only be described clumsily with many words. Those symbols, strung together in meaningful order, make equations -- which in turn constitute the world's most concise and reliable body of knowledge.

[16] Kenneth Chang, "What Makes an Equation Beautiful," The best of Physics. (The New York Times, 24 Oct. 2004), http://www.nytimes.com/2004/10/24/weekinreview/what-makes-an-equation-beautiful.html

Readers of Physics World magazine recently were asked an interesting question: Which equations are the greatest?

A half-dozen of respondents, including Richard Harrison, chose one of the simplest possible equations.

Mr. Harrison wrote: "'$1 + 1 = 2$' is the fairy tale of mathematics, the first equation I taught my son, the first expression of the miraculous power of the mind to change the real world. I remember my son holding up the index finger, the 'one finger,' of each hand as he learned the expression, and the moment of wonder, perhaps his first of true philosophical wonder, when he saw that the two fingers, separated by his whole body, could be joined in a single concept in his mind."

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Anota en tu registro tu opinión respecto al lenguaje algebraico y en especial respecto a las ecuaciones.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

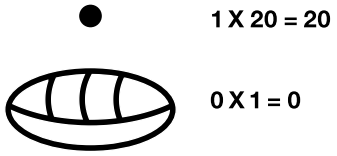
El cero fue una aportación de la comunidad maya a la humanidad, ¿quieres saber por qué? En el siguiente texto descubrirás una razón más para asegurar con admiración que ¡el cero tiene un valor mucho mayor al que representa!

EL CERO[17]

Las matemáticas mayas han dejado una huella en el tiempo; antes que cualquier otra civilización, los mayas originaron un concepto revolucionario: el cero.

[17] Silvia María Poveda Pilarte y José David Alemán Pérez. Matemática Maya. ***Operaciones fundamentales en la aritmética maya,*** (Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua. Recinto universitario "Rubén Darío," Facultad de Educación e Idiomas. Managua: 2006, Departamento de Matemática), 22-25, https://www.google.com.mx/search?q=Bra.+Silvia+María+Poveda+Pilarte%2C+Br.+José+David+Alemán+Pérez.+Matemática+Maya.+Operaciones+fu (Fecha de consulta: 25 de enero de 2016)

El cero es un símbolo comúnmente utilizado para representar la nada; sin embargo, el concepto maya del cero no implica una ausencia ni una negación; para los mayas, el cero posee un sentido de plenitud. Por ejemplo, al escribir la cifra 20, el cero, puesto en el primer nivel, únicamente indica que la veintena está completa.



La posición del cero comprueba que a este número no le falta nada, lo cual es una acepción opuesta al concepto de ausencia o carencia. En este sentido, el 20 es una unidad completa del segundo nivel y del primer nivel. Al ocupar el primer nivel, y generar uno nuevo, da la idea del cierre de un ciclo y el principio de otro. Quizá esto se relacione con las hipótesis que se han generado en torno a la naturaleza y significado original del glifo que representa:

EL CERO

En primer lugar, puede observársele como un puño cerrado: los dedos (que son los numerales con que empezó a contar el hombre) retenidos dentro de un espacio cerrado; contenidos en el puño, integrados y completos. Por otra parte, se le ve como una concha, imagen vinculada con el concepto de la muerte.

Al unir ambas acepciones, se deduce la terminación de la vida, el cierre de un ciclo, la medida que se completa, la integración final. Al ver el glifo y entenderlo como un puño cerrado, este señala que nada sobra, que todo está contenido dentro de la mano, que el conjunto está completo; la concha anuncia que un ciclo de vida ha terminado y que solo queda ahí el remanente, la huella geológica que nos informa que existió y se completó.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro de aprendizaje, anota tu opinión respecto al cero.

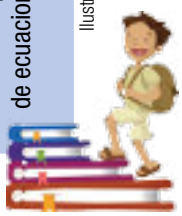
REVISA TU AVANCE

Para que organices tu estudio futuro de las ecuaciones, enlista en tu cuaderno qué aprendiste acerca de éste y de otros conceptos matemáticos, después pide a tu Líder para la Educación Comunitaria, LEC, que revisen de manera conjunta el trayecto del aprendizajes del tema Ecuaciones y anoten qué aprendizajes lograste y cuáles faltarían de abordar.

Ilustración: © Ivanova Martínez Murillo

INICIAL	BÁSICO			INTERMEDIO				AVANZADO		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Usas diferentes formas de expresión para representar y comunicar información de lo que sucede a tu alrededor.	Resuelves problemas de suma de dígitos, comunicas de manera oral y escrita.	Resuelves problemas que implican realizar sumas cuyo resultado es menor a 100 y el valor faltante es la suma o alguno de los sumandos.	Resuelves problemas usando habilidades básicas de interpretación y razonamiento, que involucran a la suma y la resta, modificando el lugar de la incógnita.	Resuelves problemas que implican trabajar con representaciones múltiples y comunicas tus interpretaciones y explicaciones.	Resuelves problemas multiplicativos usando números naturales que incluyen interpretar y razonar en contextos familiares.	Resuelves problemas que implican multiplicar o dividir, modificando el lugar de la incógnita. Comunicas tu estrategia y argumentaciones.	Resuelves problemas que implican crear y analizar diversas representaciones de la información. Comunicas tus explicaciones y argumentaciones.	Resuelves problemas que impliquen el uso de ecuaciones de la forma: ax+b=c, donde a, b y c son números enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos.	Resuelves problemas que impliquen el uso de ecuaciones de la forma: ax+b=cx+d, donde a, b, c y d son números racionales. Reflexionas y comunicas razonamientos y argumentos.	Resuelves problemas que implican el uso de sistemas de ecuaciones y el uso de ecuaciones de segundo grado. Utilizas conocimientos y convenciones para resolver diversas situaciones del mundo real.

Ilustración: © Ivanova Martínez Murillo



PARA SEGUIR APRENDIENDO

Bibliografía sugerida:

UAI, primer grado, bloque 3. 66 -70. Conafe (Ecuaciones de primer grado)

UAI, segundo grado, bloque 2. 56-60. Conafe (Operaciones con expresiones algebraicas)

UAI, segundo grado, bloque 3. 64-80. Conafe (Operaciones con expresiones algebraicas)

UAI, segundo grado, bloque 4. 66-76. Conafe (Ecuaciones de primer grado)

UAI, segundo grado, bloque 5. 50-59. Conafe (Sistemas de ecuaciones lineales)

UAI, tercer grado, bloque 2. 64-67. Conafe (Ecuaciones cuadráticas)

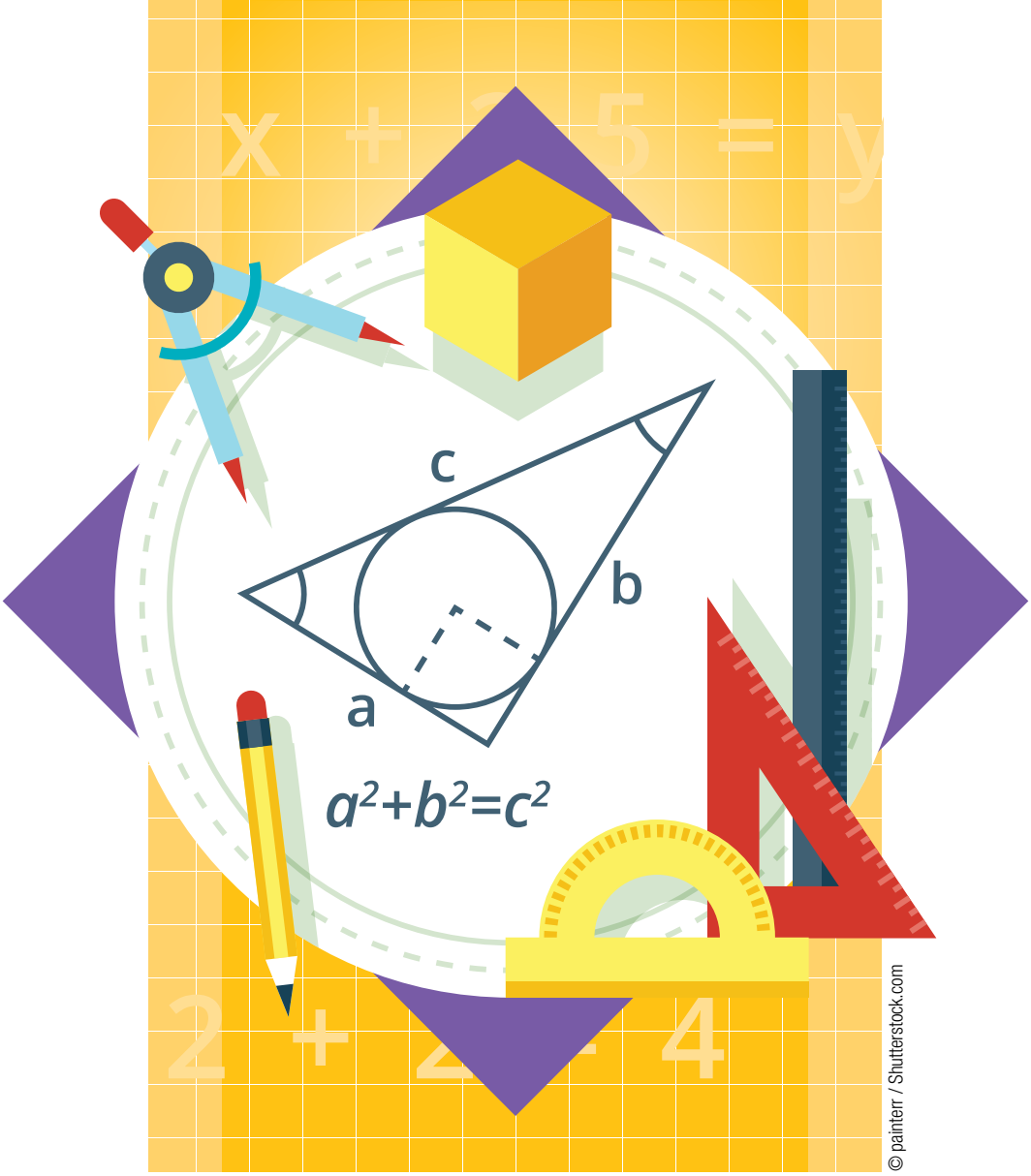
UAI, tercer grado, bloque 3. 58-67. Conafe (Ecuaciones cuadráticas)

Dávila Rascón, Guillermo. *El desarrollo del álgebra moderna.* Apuntes de Historia de las Matemáticas *No. 1, Vol. 2,* enero, 2003*.* www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/2-1-4-algebra.pdf (Fecha de consulta: 25 de enero de 2016)

Poveda Pilarte, Silvia María & José David Alemán Pérez. 2006. *Matemática Maya. Operaciones fundamentales en la aritmética maya.* Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, 2006 Recinto universitario "Rubén Darío," Facultad de Educación e Idiomas. 22-25. Managua: Departamento de Matemática.

https://www.google.com.mx/search?q=Bra.+Silvia+María+Poveda+Pilarte%2C+-Br.+José+David+Alemán+Pérez.+Matemática+Maya.+Operaciones+fu (Fecha de consulta: 25 de enero de 2016)

Chang, Kenneth. What Makes an Equation Beautiful. The best of Physics. *The New York Times,* 24 Oct. 2004. http://www.nytimes.com/2004/10/24/weekinreview/what-makes-an-equation-beautiful.html



© painterr / Shutterstock.com

MÁS QUE FIGURAS PLANAS

FORMAS GEOMÉTRICAS

PARA INICIAR

Inicia tu registro de proceso de aprendizaje reflexionando y describiendo por qué te interesa estudiar el tema y qué es lo que te gustaría aprender.

PRESENTACIÓN DEL TEMA

¿Alguna vez te has detenido a mirar los objetos que te rodean? ¿Sabes por qué tienen esas formas? Bueno, en esta experiencia de estudio te invito a centrar tu atención en las formas que hay a tu alrededor, por ejemplo: qué forma tiene el Sol, la puerta de tu salón, la casa de tu primo, el vaso en donde tomas agua, el patio de la escuela, la pelota con la que juegas, el lápiz con el que escribes, etc. Todo lo que te rodea tiene características y propiedades que lo hace único; estas y otras cosas más descubrirás en esta unidad de aprendizaje. Te invitamos a comenzar esta nueva aventura por las formas mediante el estudio de:

FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS

- Formas (figuras y cuerpos).
  - Dibujos de figuras pertenecientes a objetos de entorno.
- Características de figuras y cuerpos geométricos.
  - Lados, caras, vértices, líneas y ángulos.
- Propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.
  - Suma de ángulos, ejes de simetría, diagonales.
- Clasificación de figuras y cuerpos geométricos de acuerdo a sus características y propiedades.
  - Triángulos, cuadriláteros, cilindros, prismas, pirámides.
- Construcción, demostración y argumentación de propiedades y relaciones de figuras y cuerpos geométricos.
  - Herramientas geométricas y construcción de deducciones.

PROPÓSITO GENERAL

Utilizaremos características y propiedades de las formas geométricas para inferir y producir nuevas propiedades de las mismas mediante procesos deductivos, con la finalidad de formarnos para analizar y resolver problemas de la vida cotidiana.

PROPÓSITOS ESPECÍFICOS

- Reconoceremos distintas formas geométricas en nuestro entorno a partir de la observación, exploración y descripción de sus características, para responder preguntas respecto a las formas geométricas.
- Analizaremos propiedades de las figuras y cuerpos geométricos para el desarrollo de habilidades de imaginación espacial, de representaciones y construcción de figuras y cuerpos geométricos, así como para clasificarlas.
- Deduciremos propiedades de las figuras y cuerpos geométricos para comprender las relaciones geométricas que existen entre ellas a partir de sus características y propiedades conocidas.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Para el estudio de las figuras y los cuerpos geométricos es importante que analices las características y propiedades que conoces de las formas geométricas involucradas así como las relaciones entre ellas. Busca inferir el resultado a partir de los datos dados y las propiedades y las relaciones que no se dicen explícitamente en los problemas.

En el centro de educación comunitaria, los niños decidieron construir dos guarda cositas y propusieron que tuvieran la forma de un prisma y una pirámide, de manera que la base de la pirámide sea un polígono regular diferente a las bases regulares del prisma. Construye los tuyos, puedes utilizar los materiales que tengas a tu alcance: hojas de papel, cartulina, cartón, plastilina, etcétera.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

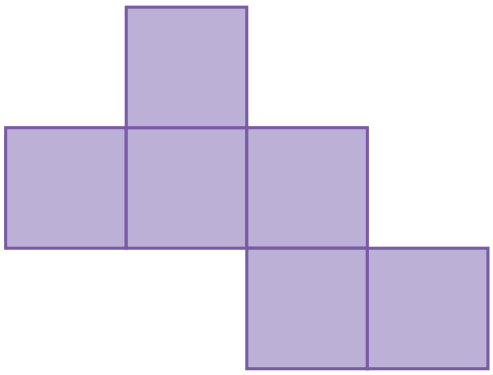
Registra tu proceso de construcción y tus descubrimientos con respecto a las características y propiedades de los cuerpos que elegiste. Te presento algunas preguntas que te pueden ayudar en tus reflexiones: ¿cuáles características comparten los cuerpos geométricos que elegiste con objetos de tu entorno?, ¿qué características, propiedades y relaciones

de las figuras utilizaste para construir los cuerpos geométricos?, ¿qué características comparten los dos cuerpos que elegiste?, ¿qué propiedades de las figuras o de los cuerpos utilizaste para tus construcciones?

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

El siguiente desafío te ayudará a descubrir nuevos elementos de las formas geométricas, es importante que construyas la figura que se pide y justifiques que cumple con las condiciones solicitadas.

Coloca los números del 1 al 6 en el desarrollo plano del dado, de tal manera que los números de caras opuestas sumen la misma cantidad.



ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Describe en tu registro tus aprendizajes, ¿qué utilizaste para resolver el problema?, ¿cómo verificaste la validez de tu respuesta?, ¿qué entiendes por razonamiento visual y espacial a partir del trabajo con este desafío?

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

En este desafío, además de identificar los datos que proporciona el enunciado y lo que pide, es importante que realices esquemas que te ayuden a visualizar la situación.

En una plaza se quiere construir una pista de baile en forma de paralelogramo, de manera que el ancho sea dos terceras partes del largo, su perímetro igual a 30 metros y que su área sea lo más grande posible. ¿Cuáles son las dimensiones de la pista?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Describe en tu registro qué propiedades de los paralelogramos utilizaste en tu proceso de solución. Reflexiona y registra respecto a: ¿cuántos paralelogramos existen que cumplan con la primera condición?, ¿cuántos paralelogramos cumplen con la primera y la segunda condición?, ¿cuántos paralelogramos cumplen con las tres condiciones?, ¿qué entiendes por razonamiento deductivo?

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Tu imaginación es tu mejor aliado en la solución de este desafío, puedes apoyarte en esquemas o de material concreto para visualizar la situación.

En un cubo de 4 cm de arista, se hacen cortes por los puntos medios de las aristas para retirar las esquinas. ¿Qué características tiene el nuevo cuerpo?

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Continúa tu registro de proceso de aprendizaje, describiendo cómo construiste tus nuevos aprendizajes y qué aspectos nuevos conociste de las formas geométricas.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

Lee el siguiente texto buscando elementos que te ayuden a enriquecer tus construcciones y la comunicación de tus resultados.

¿QUÉ QUIERE DECIR REALIZAR UNA CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA?[18]

El problema de realizar una construcción geométrica no se refiere a encontrar una solución más o menos aproximada para fines prácticos o sobre algún caso particular, sino establecer un procedimiento general, del que podamos además comprobar su veracidad a partir de propiedades ya demostradas, a través del método deductivo.

Llevar a cabo o realizar una construcción geométrica significa entonces que, a partir de elementos dados o ya construidos (puntos, rectas, triángulos, segmentos, círculos, etc.) se derivan otros elementos, haciendo uso de herramientas predeterminadas (regla, compás, escuadras, transportador, etc.) un número finito de veces. Se tiene además que definir claramente cuál es el uso permitido de las herramientas que se utilizan, suponiendo que los instrumentos tienen precisión ideal.

Cuando mencionamos que se supone que los instrumentos tienen precisión ideal, lo que se quiere decir es que al realizar una construcción, independientemente de los errores que se puedan tener debidos al grosor de la punta del lápiz utilizado, a la exactitud con que se traza la recta por

[18] Lucio Gómez-Maqueo, *Geometría Moderna I,* (Notas de clase, Facultad de ciencias de la UNAM, México D:F:, Febrero 2013) pág. 1-8.

dos puntos, etcétera, lo que interesa no es la figura que se puede trazar en el papel, sino que se pueda demostrar que la secuencia de trazos propuestos es matemáticamente correcta; esto es, que efectivamente corresponde de manera abstracta al objeto buscado.

Pudiera sorprender que cuando se pide que se haga una construcción las herramientas permitidas se limiten en general al uso de la regla y el compás, e incluso en el caso de la regla no se permite su uso para medir, sino solamente para trazar rectas, lo que expresamos refiriéndonos a ella como regla no graduada. Esta restricción podríamos decir que es una "tradición" geométrica que se piensa fue establecida inicialmente por Platón y que se refleja de manera fundamental en la obra de Euclides.

ORGANIZA Y REGISTRA LO QUE COMPRENDISTE

Te invito a que continúes con tu registro. Identifica qué aspectos o elementos puedes incorporar a tus procesos de construcción.

ACEPTA EL DESAFÍO Y CONSTRUYE COMPRENSIONES

El siguiente texto te presenta un poco de la historia que muestra el paso de la matemática intuitiva e inductiva a la deductiva.

LA GEOMETRÍA PREHELÉNICA[19]

Se ha dicho que el desarrollo de la ciencia es una sucesión de preguntas y problemas de las propuestas de respuesta o solución a los mismos. Las preguntas y problemas cambian a través de la historia y las respuestas o soluciones que se formulan evolucionan de acuerdo con el conocimiento disponible en ese momento.

[19] Lucio Gómez-Maqueo, ***Geometría Moderna I,*** (Notas de clase, Facultad de ciencias de la UNAM, México D:F:, Febrero 2013) pág. 1-8.

Es por ello, que para el estudio de la ciencia, y en nuestro caso de la geometría, hacer algunas referencias sobre su desarrollo histórico parece obligado.

La vieja definición de las matemáticas como la “ciencia del número y la magnitud”, no corresponde ya con su carácter y desarrollo actual, pero nos permite ver cuáles fueron sus inicios.

La geometría, de acuerdo con el origen mismo de su nombre, surge para resolver una serie de problemas prácticos y en su forma más elemental, se ocupa de problemas métricos como el cálculo del área y perímetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos.

En esta sección no se pretende dar un panorama completo de la historia de la geometría, sino dar una mirada a la naturaleza de los antecedentes de la geometría prehelénica, por lo que se referían solamente a dos de los más importantes hogares culturales de la antigüedad: Mesopotamia y el Valle del Nilo.

En ellos se desarrollaron las civilizaciones babilónica y la egipcia las cuales, de acuerdo con los registros históricos de que se dispone, contaban ya con una forma de escritura alrededor del año 3000 a.C.

El historiador griego Herodoto (siglo V a.C.), da crédito a los egipcios sobre la invención de la agrimensura refiriendo que fue usada para encontrar la distribución adecuada de la tierra después de los desbordamientos anuales del Nilo. Asimismo, se refiere que el interés por conocer los volúmenes de figuras sólidas obedece a la necesidad de evaluar los tributos, almacenar aceite y grano y construir presas y templos.

Los registros más importantes con los que se cuenta de la civilización egipcia son el papiro de Rhind o de Ahmes y el de Moscú, los dos en escritura hierática y con dimensiones aproximadas de seis metros de largo los dos, por treinta centímetros de ancho el primero y de 7 el segundo.

El papiro de Rhind fue escrito aproximadamente en 1650 a.C., a partir de escritos de 200 años de antigüedad, según reivindica el escriba Ahmes al principio del texto, aunque resulta imposible saber qué partes del papiro corresponden a estos textos anteriores.

Es una colección de ejercicios matemáticos y ejemplos prácticos. Contiene 85 problemas.

Muestra el uso de fracciones, la resolución de ecuaciones simples y de progresiones, la medición de áreas de triángulos, trapezoides y rectángulos, el cálculo de volúmenes de cilindros y prismas, y por supuesto de la superficie del círculo.

El problema 51 muestra que el área de un triángulo isósceles se encontraba tomando la mitad de la base y se multiplicaba por su altura. Ahmes sugiere que el triángulo isósceles se puede ver como dos triángulos rectángulos, de tal forma que moviendo uno de ellos de posición, se forme un rectángulo.

La geometría prehelénica pasa a Occidente a través de Grecia y es ahí donde adquiere el carácter deductivo; trasciende la práctica meramente empírica e inductiva de las civilizaciones egipcia y babilónica y da el gran salto cualitativo hacia una ciencia racional, es decir, se funda propiamente la Matemática como ciencia.

Como se ha dicho con anterioridad, las preguntas que se ha hecho el ser humano han ido cambiando a lo largo de la historia y las respuestas se han ido dando con base en el conocimiento acumulado; en el caso de los griegos, las preguntas se fueron transformando y ya no estuvieron referidas a objetos concretos sino geométricos. Los tres famosos problemas griegos: la duplicación del cubo, la trisección del ángulo y la cuadratura del círculo son ejemplo del tipo de problemas que atendía la geometría griega.

Como ya se ha dicho el carácter de la geometría griega trasciende la práctica empírica de las civilizaciones babilónica y egipcia; de hecho, algunos autores consideran que no ha habido mayor contraste en las matemáticas que el paso de estas civilizaciones a los griegos, y se preguntan cómo explicar la divergencia entre la práctica antigua que no hacía diferencia entre la verdad exacta o aproximada, en la que las demostraciones eran inexistentes, y la geometría griega en la que se desarrolla un método lógico para demostrar las verdades geométricas.