9.3.7 Cálculo de la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes (regla del producto).

La noción de independencia en situaciones de azar tiene varios matices y su estudio es importante porque la intuición suele llevar a errores ante problemas relativamente simples y porque es necesario que los alumnos elaboren procedimientos sistemáticos para los casos más complejos. A continuación se enuncian tres ejemplos de problemas en los que la idea de independencia está presente.

- Se lanzan cinco volados consecutivos y en todos ellos ha caído sol. ¿Cuál es la probabilidad de que en el sexto volado también caiga sol?

A menos que la moneda o las condiciones del lanzamiento sean trucadas, la probabilidad de obtener sol en una serie de volados siempre es 1/2. Los resultados de un lanzamiento y otro son eventos independientes, es decir, la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro.

- Se va a realizar una rifa con doscientos boletos que han sido numerados del 1 al 200. Todos los boletos se han vendido. El boleto ganador será el primero que se saque de una urna. Ana compró los boletos 81, 82, 83 y 84. Juan adquirió los boletos 30, 60, 90 y 120. ¿Quién tiene más oportunidades de ganar?

Algunos estudiantes podrían pensar que Juan tiene más posibilidades de ganar porque sus números están mejor distribuidos entre el total; otros podrían pensar que Ana tiene mejores posibilidades porque sus números son seguidos. En ambos casos, los estudiantes no aprecian que cada boleto, independientemente del número que represente, tiene la misma probabilidad de salir.

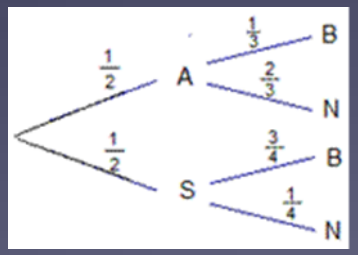
- Se lanzan simultáneamente un dado y una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que caiga sol y el número 4?

Seguramente los alumnos saben que, consideradas por separado, las probabilidades son ½ y 1/6, de manera que el asunto es averiguar cómo se relacionan estas dos medidas. La reflexión de los alumnos puede llevarlos a generar la regla del producto, ya que la probabilidad de que ocurran dos eventos a la vez debe ser menor que la probabilidad de que ocurra cualquiera de ellos.

(CONTINUA)

Una herramienta pertinente para construir y comprender la regla del producto son los árboles de probabilidad. A continuación se muestra un ejemplo.

Se tiene una moneda y dos urnas. La urna 1 tiene una bola blanca y dos negras. La urna 2 tiene tres bolas blancas y una negra. Se lanza una moneda: si cae águila se elige la urna 1, si cae sol se elige la urna 2. Se saca una bola de la urna elegida y se ve su color. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra águila y bola blanca? En el siguiente árbol se representa la situación anterior, donde A simboliza el resultado "Águila", S "Sol", B "Bola blanca" y N "Bola Negra".



Los valores que están sobre las primeras ramas son las probabilidades de que el evento al final de la rama ocurra (probabilidades básicas); los números encima de las segundas ramas representan la probabilidad de que el evento al final de la rama ocurra dado que ocurrió el evento que está al principio de la rama (éstas son las probabilidades condicionales o de transición). Se debe determinar que la probabilidad de que ocurra un evento compuesto (como que "ocurra A y luego B", es decir "Águila y bola blanca") es el producto de las probabilidades básica y de transición correspondiente (por ejemplo: P(A y B) = P(A) P(B|A) donde P(B | A) es la probabilidad de que salga bola blanca dado que ocurrió Águila).

Actividad complementaria: "Jugando con dados y apuestas" y "Apuestas", en *Hoja electrónica de cálculo. EMAT*, México, SEP, 2000, pp. 136-138 y 144-146, respectivamente.

PLANES DE CLASE